

令和 4 年 6 月 13 日現在

機関番号：32619

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2021

課題番号：17K05451

研究課題名（和文）微分展開法を用いた新しいブラックホール解への解析的アプローチ

研究課題名（英文）Analytic approach to new black holes by derivative expansion metho

研究代表者

前田 健吾（Maeda, Kengo）

芝浦工業大学・工学部・教授

研究者番号：10390478

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：曲がった時空での強結合な場の理論の基礎的性質を調べるため、本研究では、微分展開法や空間次元 D が大きいときに適用される $1/D$ 展開法をAdSブラックホール時空に応用する。微分展開法を用いた回転ブラックドロップレット解の解析では、コーシーホライズンが量子的に不安定であることを発見した。 $1/D$ 展開法を用いた偏極AdSブラックホール解の解析では、そのホライズンのダイナミクスを記述する有効方程式を導き、解が安定であることを示した。また、空間的にコンパクトな宇宙や蒸発するブラックホール時空などの曲がった時空において、強結合な場の理論では、大域的に平均化された光的エネルギーは負にならないことを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

一般相対性理論では特異点定理やトポロジー定理など、宇宙のダイナミクスを理解する上で基礎となる諸定理が存在する。これらの定理は通常の古典的な場で成立している光的エネルギー条件の非負性から導かれるが、量子効果によって破れる可能性があることが指摘されていた。曲がった時空での通常の場合の理論では、それを解析する手段がほとんどなかったが、AdS/CFT双対性に着目した本研究において、大域的に平均化された光的エネルギー条件が満たされることを示した学術的意義は大きい。また、曲がった時空における場の理論の解析的手法を与えた本研究によって、今後量子効果も含めた時空のダイナミクスに大きな進展が見込まれる。

研究成果の概要（英文）：In this research project, we apply the derivative expansion and $1/D$ expansion methods to construct new type of AdS black hole solutions and derive the fundamental properties of strongly coupled field theories via the AdS/CFT duality. By constructing a rotating black droplet solution from the derivative expansion, we showed that the Cauchy horizon is quantum mechanically unstable for a strongly coupled field theory. By applying the $1/D$ expansion method to the polarized AdS black branes, we derived a new set of effective equations describing the dynamics of the polarized black branes and showed that the solution is stable against linear perturbation. In strongly coupled field theories, we also showed that the averaged null energy with appropriate weight cannot be negative for spatially compact universes or evaporating black hole spacetime.

研究分野：一般相対性理論

キーワード：ブラックホール 強結合な場の理論 AdS/CFT対応

1. 研究開始当初の背景

(1) 強結合な場の理論の性質は、AdS/CFT 対応を用いて負の宇宙項を持つ時空 (AdS 時空) での重力理論から導けるようになり、ブラックホール時空を含む曲がった時空での強結合な場の理論の解明が重要課題の一つとなっていた。特に境界時空がブラックホール時空の場合は、ブラックホールの蒸発に伴う情報喪失問題との関連性から、多くの関心が寄せられていた。そのような研究背景から、境界時空にブラックホールを含む複雑な AdS バルク時空解が構築され、二つの境界時空上のブラックホールがバルクでつながったブラックファネル解や、バルク上のいかなるブラックホールにもつながっていないブラックドロップレット解が次々に発見された。このようなバルク解は低次元重力理論を除いて、すべて数値的に構成されており、それらの解の基本的な性質は良くわかっていなかった。また、境界時空にはブラックホールを含まないが、境界時空に電場などの外場を印加して、十分に空間的に非一様にした場合、キノコ型の奇妙なブラックホール解も数値的に発見され、宇宙検閲仮説が破れているのではないかという研究報告もされるようになった。宇宙検閲仮説は時空特異点が遠方の観測者には見えないとする仮説で、未だ証明されていない一般相対性理論における基礎的問題の一つとなっている。このような背景の下、AdS 時空における新規なブラックホールの基礎的性質や、曲がった時空における強結合な場の理論の基礎的性質の解明が重要課題となっていた。

(2) (1) に関連して、AdS/CFT 対応を用いて、エンタングルメントエントロピーなどの強結合な場の量子情報量をバルク時空から導く試みが盛んに研究されるようになった。特にエンタングルメントエントロピーは、量子場の光的エネルギー条件 (光速で運動する物体からみたエネルギーは負にならないという条件) と深く関連しているという研究結果が発表され、強結合な量子場の光的エネルギーの基礎的性質が注目されるようになった。大域的領域で平均化された光的エネルギーの非負性は、これまでの一般相対性理論における特異点定理やトポロジー定理の証明に欠かせない条件であり、これが量子効果によって破れるか否かという問題は長年の未解決問題である。これまでの研究では、背景時空が平坦な場合に限り平均化された光的エネルギーの非負性が証明されたが、曲がった一般の時空で成立しているかどうかは未解決の問題である。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、AdS 時空で次々と発見されている新規なブラックホール解の基礎的性質を、微分展開法や空間次元 D が十分に大きい場合に適用される $1/D$ 展開法等を用いて解析的に導くことが主たる目的の一つである。それらの解を構成した後、強結合な場の理論の性質や宇宙検閲仮説の検証を行っていくことで、これまでの数値計算では得られなかった新しい知見が得られることが期待できる。特に微分展開法を用いて、AdS 境界時空で回転するブラックホールを表すブラックドロップレット解を構成し、これまでの数値計算ではわからなかったコーシーホライズンの量子的安定性を議論する。また、 $1/D$ 展開法を用いて電場によって偏極した高次元ブラックホール解を解析的に構成し、そのダイナミクスの解析から、宇宙検閲仮説の検証を行っていく。

(2) 強結合な場の理論における光的エネルギーの非負性を調べるため、まずは大域的領域で平均化された光的エネルギーが負になる時空の例があるか否か AdS/CFT 対応を用いて調べていく。この結果を踏まえ、これまでの平坦時空での解析を曲がった時空に拡張することを試みる。特に宇宙論との関連から、曲がった時空として興味深い空間的コンパクトな宇宙モデルや重力崩壊で生じるブラックホール時空を背景時空とする強結合な場の理論において、平均化された光的エネルギーの非負性の証明を試みることに主たる研究目的の一つである。

3. 研究の方法

(1) 回転するブラックドロップレット解は、カー解と同様にそのブラックホール内部にコーシーホライズンを持つことが一般に期待され、宇宙検閲仮説の観点からも非常に興味深い。本研究では、そのような解を微分展開法から解析的に構築する。微分展開法は、文字通り微分階数に応じて逐次近似的に解を構成していく手法で、非摂動効果を取り入れることができるメリットを持つ。対象となるブラックドロップレット解の場合、ホライズンに沿った方向の典型的な長さスケール 1 と、ホライズンに垂直な方向の典型的な長さスケール 2 の二つスケールが存在する。本研究では、非常に小さいホライズンを持つブラックドロップレット解に着目し、スケール 2 がスケール 1 に比べて十分に小さい場合に微分展開法を用いて解を逐次近似的に構成した。また、上述のキノコ型のブラックホール解を解析的に構成するため、空間次元 D が十分に大きいとして、微小パラメーター $1/D$ を摂動パラメーターとして、アインシュタイン方程式の解を逐次近似的に構成した ($1/D$ 展開法)。これらの解の解析結果は次章で詳しく報告する。

(2) 曲がった時空における強結合な量子場の (平均化された) 光的エネルギー条件を調べる

ため、空間的にコンパクトな宇宙モデルにおいて境界時空の次元が偶数の場合、奇数の場合それぞれにおいて、真空アインシュタイン方程式から逐次近似的に境界時空近傍のバルク解を構成し、バルク時空と境界時空との因果関係から光的エネルギー条件を解析的に調べることに成功した。後述するように、この解析手法は、空間的にコンパクトな時空だけに限らず、重力崩壊によって生成されたブラックホールの蒸発過程でも適用できる。

4. 研究成果

(1) 微分展開法から構成された回転するブラックドロップレット解は、その内部にコーシーホライズンを持ち、従来の手法では計算できなかった強結合な場の量子論のエネルギー・運動量テンソルを AdS/CFT 対応を用いて計算することが可能である。これまでのコーシーホライズンの量子効果を含めた不安定性の議論では、高々自由場の量子論の振る舞いしか計算できなかったが、本研究によって、強結合な場の理論においても、そのエネルギー期待値がコーシーホライズン上で負に発散することがわかり、結果としてコーシーホライズンが量子的に不安定であることが示された。この結果によって、コーシーホライズンは不安定で、宇宙検閲仮説は量子効果を考慮しても成立していることが強く示唆された。この研究成果は Physical Review D という雑誌に掲載された。

空間次元 D が十分に大きいときに適用される $1/D$ 展開法では、電場によってホライズンが偏極し、ホライズンの球面部分が平面上のホライズンと細長いホライズンでつながっているキノコ型偏極ブラックホールを構成し、そのホライズン近傍のダイナミクスを記述する有効理論の導出に成功した。電場によって偏極した場合の有効理論の導出は世界で初めてであり、この有効理論によって、複雑なホライズンのダイナミクスを解析できることがわかった。同様に、球面上のホライズンが電場によって歪められ、偏極したブラックホール解の有効理論の導出にも成功し、両ブラックホールはともに摂動に対して安定であることがわかった。この結果は、これまで提唱されていた宇宙検閲仮説が破れているのではないかという推測を覆す結果となった。高次元ブラックホールの安定性はグレゴリー・ラフフレーム不安定性と同様、その熱力学的安定性と深い関係がある。今回発見した偏極ブラックホールでは、その比熱が正であり、これまでの安定性の議論と矛盾しない結果である。本研究は、JHEP という雑誌に掲載された。

(2) 強結合な場の量子論において、曲がった時空で光的エネルギー条件が破れる例があるかどうか探るため、二種類の時空で AdS/CFT 対応を用いて解析を行った。一つはバルク時空において、コンパクトな余次元空間がなめらかに 1 点に縮む 6 次元 AdS バブル解の摂動解析であり、二つ目は、AdS 時空の境界にワームホールを埋め込んだ AdS ブラックホール解でそれぞれ光的エネルギー条件の破れが起こるか検証を行った。6 次元バブル時空自身は、6 次元シュバルツシルト AdS ブラックホール時空の 2 つの異なる座標を虚数に解析接続することによって得られる解として知られている。従って、シュバルツシルト AdS ブラックホール時空の摂動方程式から解析的にバブル時空の摂動解を得ることができる。これを利用して、大域的に平均化された光的エネルギー条件が破れる例が存在することを初めて突き止めた。強結合な場の量子論が住む背景時空は、コンパクトな余次元空間を除くと共形変換で平坦時空となっている。また、バルク時空内には特異点や因果律の破れといった病的な時空領域が全くないことから、平均化された光的エネルギー条件は破れないとするこれまでの推測を完全に覆す大変興味深い結果となった。この解析結果を踏まえ、大域的微分幾何学の知識を用いて、AdS 境界時空上を進む光よりも、バルク時空を通る光の方が早く到達する場合、一般的に宇宙検閲仮説が破れることを証明した。これらの一連の解析結果は Physical Review D という雑誌に掲載された。

ワームホール時空は、二つの異なる宇宙が細い空間で繋がれた非自明なトポロジーを持つ時空構造を持っており、その時空構造を維持するには光的なエネルギー条件を破る必要がある。本研究では、このワームホール時空を AdS 境界時空に埋め込んだバルク解を世界で初めて数値計算から構成することに成功した。AdS/CFT 対応を用いて強結合場のエネルギー・運動量テンソルを解析したところ、ワームホールの近傍で光的エネルギーが負になっていることが確認された。一般化されたエントロピー増大則から、光的エネルギーの下限値は、場のエンタングルメントエントロピーの光円錐に沿ったアフィンパラメーターの二階微分で与えられ、量子光的エネルギー条件として知られていた。そこで、本研究では、エンタングルメントエントロピーの二階微分も同時に計算し、量子光的エネルギー条件が破れていることを突き止めた。これは、エンタングルメントエントロピーの赤外発散が原因で、AdS バブル時空内部に無限に広がったブラックプレーン解が存在するため、その熱力学的エントロピーのエンタングルメントエントロピーへの寄与が悪さをしていることを突き止めた。量子光的エネルギー条件は暗黙の仮定として、このような赤外発散がないことを仮定しており、本研究はこの量子光的エネルギー条件を破る初めての例を提示する結果となった。この結果は Physical Review D という雑誌に掲載された。

上記のバブル時空は、強結合な場の量子論において大域的に光的エネルギー条件の破れが起こっている最初の反例となった。一方で、AdS/CFT 対応の枠組みでは、強結合な場の量子論は基

本的に共形変換に対して不変になっているので、大域的に平均化された光的エネルギー条件も共形変換に対して不変な構造を持っているはずである。ところが、光的測地線に沿って光的エネルギーを単純にアフィンパラメーターで平均化した量は、境界時空の共形変換に対して不変になっていない。従って、適当なスケール変換を施すことによって、いつでも大域的に平均化された光的エネルギー条件が保たれる時空を構築することが可能である。そこで、本研究では、境界時空の共形変換に対して不変な平均化された光的エネルギー条件が存在するか否か探った。それを導く第一原理として、バルク時空を通る光よりも AdS 境界時空上を進む光の方が一般に早く伝搬するという No-short-cut 原理を採用した。この原理は通常の場合の理論ではいつでも成立していると期待されており、物理的な条件下では一般的に成立していることも確かめられていた。この原理を AdS/CFT 対応に適用することで、境界時空の次元が奇数の場合、空間的にコンパクトな宇宙モデルにおいて「重み付き平均化された光的エネルギー条件」が成立していることを突き止めた。この条件は共形変換に対して不変になっており、強結合な共形場理論の性質を組み入れた初めてのエネルギー条件の導出となった。同様の「重み付き平均化された光的エネルギー条件」は、ワイールアノマリーを含む偶数次元の場合にも空間的にコンパクトな宇宙モデルで成立していることがわかった。これらの結果は **JHEP** という雑誌に 2 本掲載された。

空間的にコンパクトな宇宙モデルにおいて、上記のエネルギー条件は、光的測地線束が過去と未来において 1 点に交わることから導出されている。この状況は重力崩壊で形成されたブラックホールがホーキング輻射で蒸発してなくなる時にも起こる。このブラックホールのホライズンを形成する光的測地線束は、過去と未来で一点に交わるためである。蒸発過程のブラックホールは情報喪失問題と深くかかわっており、このような動的ブラックホール時空において平均化された光的エネルギー条件が成立しているか否かは良くわかっていなかった。本研究では、AdS 時空の境界に蒸発過程のブラックホールを用意し、No-short-cut 原理を適用して「重み付き平均化された光的エネルギー条件」が成立していることを確かめた。この研究は **JHEP** という雑誌に掲載された。これに関連して、本研究では、AdS 時空の境界にブラックホールがある場合、そのエンタングルメントエントロピーの第一法則が成立していることも示した。この結果は *Physical Review D* という雑誌に掲載された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Norihiko Iizuka, Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda	4. 巻 2020
2. 論文標題 The averaged null energy conditions in even dimensional curved spacetimes from AdS/CFT duality	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of High energy physics	6. 最初と最後の頁 1~23
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP10(2020)106	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Ishibashi Akihiro, Maeda Kengo, Mefford Eric	4. 巻 100
2. 論文標題 Achronal averaged null energy condition, weak cosmic censorship, and AdS/CFT duality	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 066008-1-11
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.100.066008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Norihiko Iizuka, Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda	4. 巻 2020
2. 論文標題 Conformally invariant averaged null energy condition from AdS/CFT	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 1-21
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP03(2020)161	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 前田健吾、石橋明浩、Eric Mefford	4. 巻 99
2. 論文標題 Violation of the quantum null-energy condition in a holographic wormhole and infrared effects	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 026004-1-8
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.99.026004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 飯塚則裕、石橋明浩、前田健吾	4. 巻 2018
2. 論文標題 Cosmic Censorship at Large D: Stability analysis in polarized AdS black branes (holes)	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 177-1 ~ 177-18
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP03(2018)177	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 石橋明浩、前田健吾、Eric Mefford	4. 巻 96
2. 論文標題 Holographic stress-energy tensor near the Cauchy horizon inside a rotating black hole	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 024005-1-13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.96.024005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishibashi Akihiro, Maeda Kengo	4. 巻 104
2. 論文標題 First law of entanglement entropy in AdS black hole backgrounds	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 026004-1-14
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.104.026004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ishibashi Akihiro, Maeda Kengo	4. 巻 2022
2. 論文標題 The averaged null energy condition on holographic evaporating black holes	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 104-1-22
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP03(2022)104	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 石橋明浩
2. 発表標題 Averaged null energy condition in curved spacetime from AdS/CFT
3. 学会等名 Recent progress in theoretical physics based on quantum information theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 前田健吾
2. 発表標題 Null Energy conditions in holographic theories
3. 学会等名 Workshop on recent developments in AdS/CFT (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 前田健吾
2. 発表標題 Holographic stress-energy tensor near the Cauchy horizon inside a rotating black hole
3. 学会等名 SPANISH-PORTUGUESE RELATIVITY MEETING (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 前田健吾
2. 発表標題 Holographic stress-energy tensor near the Cauchy horizon
3. 学会等名 3rd Karl Schwarzschild Meeting (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	石橋 明浩 (Ishibashi Akihiro) (10469877)	近畿大学・理工学部・教授 (34419)	
研究分担者	飯塚 則裕 (Iizuka Norihiro) (40645462)	大阪大学・理学研究科・助教 (14401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
フランス	4Centre de Physique Th´eorique		