### 研究成果報告書 科学研究費助成事業

今和 2 年 6 月 3 0 日現在

機関番号: 12102

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2017~2019 課題番号: 17K05651

研究課題名(和文)ロスビー波の砕波と飽和による地衡風乱流理論の構築

研究課題名(英文)New theory of Geostrophic turbulence by Rossby wave breaking and saturation

### 研究代表者

田中 博 (Tanaka, Hiroshi)

筑波大学・計算科学研究センター・教授

研究者番号:70236628

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文):大気大循環の波数空間におけるエネルギースペクトルは波数の 3乗に従う。その理論的根拠としては2次元乱流の慣性小領域理論が良く知られている。ところが、我々が開発した3次元ノーマルモードエネルギー論によると、大気大循環のエネルギースペクトルは慣性小領域理論ではなく、ロスビー波の砕波と飽和により形成されることが示された。この理論では、大気大循環のエネルギースペクトルは E=mc2となることが示された。ここで、Eはエネルギー、cはロスビー波の西進位相速度、そしてmは大気の単位面積あたりの質量である。本研究では、大気大循環における地衡風乱流の新たな理論として「ロスビー波の砕波と飽和理論」を 提唱した。

研究成果の学術的意義や社会的意義 地球流体力学は、地球大気や海洋の運動を理解するための基礎となる理論である。この研究の成果を応用することで、天気予報や気候変動予測の研究を発展させることができる。この理論構築において、乱流の理解と再現は 最も困難とされる学問分野である。地球規模の大気の流れは地衡風乱流を形成し、波数空間におけるエネルギー スペクトルは、波数の-3乗に従う特徴的な乱流スペクトルを形成する。この説明として、これまでは慣性小領域 理論が教科書において説明されてきた。本研究はこの慣性小領域理論を凌駕するものとして、ロスビー波の砕波 と飽和理論を新たに提唱した。この研究成果は、乱流の理解を一層発展させた基礎研究として意義がある。

研究成果の概要(英文): Global scale atmospheric energy spectrum is known to obey the -3 power law of the wavenumber. The energy spectrum has been explained by the inertial subrange theory of 2 dimensional geostrophic trubulence. However, our normal mode energetics analysis shows that the spectrum is created by Rossby wave breaking and saturation rather than the inertial subrange theory. According to this new theory, the energy spectrum obeys E=mc2 relation. Here, E is energy, c is phase speed of Rossby wave, and m is mass of the atmosphere in unit area. In this study we propose Rossby wave breaking and saturation theory, as a new theory to explain the global scale energy spectrum of the atmosphere.

研究分野: 大気力学

キーワード: ロスビー波の砕波 ロスビー波の飽和 大気大循環 傾圧不安定 地衡風乱流 ノーマルモード エネルギースペクトル E=mc2

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等に ついては、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

### 1. 研究開始当初の背景

大気大循環の波数空間におけるエネルギースペクトルは波数の - 3 乗に従う。その理論的根拠としては 2 次元乱流の慣性小領域理論が一般的であり、教科書にも記述されている。ところが、我々が開発した 3 次元ノーマルモードエネルギー論によると、地衡風乱流のエネルギースペクトルの中央にエネルギー源があることが判明し、その領域にエネルギー源がないことを前提とした慣性小領域理論が正しくないことが示唆された。そこで、大気大循環における地衡風乱流スペクトルの説明として、これまでの 2 次元乱流の慣性小領域理論に代えて、新たにロスビー波の砕波と飽和による地衡風乱流理論を提唱し、その根拠を観測データから実証することが期待された。この理論によると、大気大循環のエネルギースペクトルは  $\mathbf{E}=\mathbf{mc}^2$ となることが示されている。

大気大循環の 3D ノーマルモード(基準振動)計算において、鉛直構造関数の数値解は理論解と異なる構造となることがあり、高次のモードは地上付近で小振幅であるべきところ、大振幅となってしまうという問題がある。数値解が理論解とほぼ同じになるような計算スキームの提示が求められていることから、本研究では初めにこの問題に取り組むために、方程式の特異点を変数変換で取り除くという方法で数値解法を組み直し、鉛直構造関数の直交性を保持した解法を新たに開発した。この方法で、解析解と十分に近い数値解が得られたが、教訓として分かった知見は、方程式系が特異点を持つような場合には、その近似を求める数値計算法では、全く異なる解を算出してしまう事がある、という事である。

この問題は、境界値問題に限らず、初期値問題においても発生し得ることである。方程式系が0固有値を持ち、その点が方程式系の特異点のような振る舞いをする場合には、時間積分を行う数値解そのものが、解の安定性の観点からは不安定なカオス解となる。大気大循環におけるこのケースの典型例として、北極振動解が考えられる。流体の非線形モデルを基本場で線形化すると、基本場によっては固有値ゼロの北極振動解が発生する。我々はこれを北極振動の特異固有解理論と呼んでいるが、固有値が0となるモデルの時間発展では、北極振動が正と負の指数でカオス的に増幅する事がある。同じことが、特異Sturm-Liouville タイプの常微分方程式の数値解法で具現化できたと考える。

## 2. 研究の目的

本研究では、大気大循環における地衡風乱流スペクトルの説明として、これまでの 2 次元乱流の慣性小領域理論に代えて、新たに、ロスビー波の砕波と飽和による地衡風乱流理論を提唱し、その根拠を観測データおよび数値実験から検証することを目的とした。この理論によると、エネルギースペクトルは  $E=mc^2$ となることが示されている。ここで、E はエネルギー、c はロスビー波の西進位相速度、そして m は大気の単位面積あたりの質量である。

### 3. 研究の方法

これまでの研究で、特異 Sturm-Liouville タイプの常微分方程式の数値解法にみられる問題点をまとめた。先行研究では、特異点を除外した境界値問題においても、数値解の問題は

消えないことを示し、方程式が解析的に特異点をどこにももたないように座標・変数変換することが重要であることを示した。

特異点を持つ鉛直構造方程式の問題と比較すると、水平構造方程式(Laplace 潮汐方程式)は、解法は困難であるものの、解の存在と唯一性、安定性は示されているので、丹念に計算することで安定した解(Hough 関数という)が得られる。大気を鉛直方向に平均した順圧浅水系モデルは、Hough 関数を基底に用いることで、水平2次元のスペクトルモデルとして有用である。本研究では、筑波大学で開発した順圧Sモデルによる傾圧不安定波の純粋培養実験を行い、初期値問題として傾圧不安定で増幅するロスビー波が、臨界振幅で飽和に達する過程を丹念に調査した。

波が有限振幅になると、非線形項の増大により他の波数の波が増幅し、波が砕波に至ることで、E=mc²の飽和スペクトルが得られる、という検証実験を行うことが課題である。傾圧不安定により微小振幅から指数関数的に増幅するロスビー波は、渦位の南北勾配が負になる臨界点で飽和に達する。この臨界点は波のスケールに依存し、そのスケールは位相速度の関数として、E=mc²により上限を持つ。ここでmは単位面積あたりの大気質量でm=ps/gのように地上気圧と重力で決まる。本研究では、傾圧不安定の増幅率を調整して、どの東西波数に対しても、エネルギーの上限が E=mc²により規定されることを数値実験で検証する。また、ロスビー波の増幅・飽和・砕波のプロセスにおいて、傾圧不安定波の構造が本質的に重要かどうかを検証する。傾圧不安定波は一般的に偏西風ジェット軸付近に最大振幅を持ち、トラフ軸が「逆くの字」となる構造を持つ。これにより渦運動量輸送はジェット軸付近で収束する。トラフ軸が南北方向に直線となるような波でも、同じ飽和点で増幅が止まるのかなどを検証する。この一連の実験により、E=mc²の飽和スペクトルが、観測されるような地衡風乱流スペクトルの説明となるかを検証する。

### 4. 研究成果

本研究では、はじめに鉛直構造関数の数値解に対する問題点について検証実験を行った。鉛直構造関数は気圧 0 の大気上端が特異点となる特異 Sturm-Liouville タイプの常微分方程式になるため、解の存在、唯一性が大気上端の境界条件次第で変化し、たとえ唯一の解の存在が証明されても、それを安定に計算することは困難を極めることが分かってきた。そこで、大気上端を  $\epsilon>0$  として特異点を外し、中間圏界面付近を大気上端として境界条件を与え、解析解を求めた。それを差分法と Galerkin 法(スペクトル法)の 2 通りの数値解法で計算し、解析解と比較したところ、高次のモードの数値解は解析解と明らかに異なるものとなった。そこで、大気上端を有限とした場合の解析解について、特異点を持たない常微分方程式に変形してから、差分法と Galerkin 法で数値解を求めたところ、安定した解を求めることができた。この事から、特異点を持つ境界値問題としての固有解は、数値的に計算する際には、充分な計算結果の検証が必要になることを明らかにした。

研究遂行上のボトルネックとなっていた鉛直構造関数の特異点問題が解明され、3次元でのノーマルモードの解析解が使えるようになったので、重力波の鉛直伝播問題を例に、解析解の時間変化を調べた。この研究は 2019 年秋の気象学会で、「球面座標系における亜熱帯ジェットの地衡風調節(解析解)」というテーマで発表した。中緯度の大規模山岳強制によ

る内部重力波が鉛直伝播する様子や、亜熱帯ジェットの強化により生じた非地衡風成分が 重力波として四方に伝播し、地衡風調節が行わる過程を解析解として示した。さらに、萩原・ 田中の共同研究により、下部熱圏のオーロラオーバルで強制された内部重力波が対流圏下 層にまで伝播する様子を解析解として示した。この研究は、太陽活動の 1000 年スケールの 外部強制が、内部重力波の下方伝播により気候変動を生じうる、という基礎研究の先駆けと して位置づけられる。

以上の解析的な研究を背景に、ノーマルモード展開による 3D スペクトルモデルを用いた ロスビー波砕波と飽和に関する数値モデル実験が、松信・田中の共同研究として実施された。 この研究では、指数関数的に増幅する傾圧不安定波をパラメタライズした順圧 S モデルに おいて、増幅する不安定波が臨海振幅で砕波し、E=mc<sup>2</sup>によるロスビー波飽和スペクトル が形成されるプロセスが、時系列を追って丹念に調べられた。総観規模でのエネルギー供給 は、ロスビー波の砕波により飽和することで、よりスケールの大きいプラネタリー波へ逆カ スケードし、E=mc<sup>2</sup>の乱流スペクトルがプラネタリー波領域へと拡大する。そして、乱流 によるエネルギー逆カスケードが止まるラインズスケールに蓄積される。このスケールは ロスビー波の西進が帯状偏西風とバランスして停滞波となるスケールである。また、このス ケールは支配方程式において、乱流を支配する非線形項とラプラス潮汐振動数で規定され る線形項とがバランスするスケールでもある。線形項が卓越する大スケールでは、乱流を支 配する非線形項が効かなくなることが原因である。 逆カスケードが止まることで、このスケ ールに過剰にエネルギーが蓄積され、渦位の南北微分が負になる飽和点を超えているのに 砕波の途中で定常化している現象がブロッキングである。ラインズスケールで過剰に蓄積 され、ブロッキングを形成したエネルギーの唯一の行き先は、帯状渦動相互作用による帯状 平均流の加速である。この結果、寒帯ジェットの加速として北極振動モードが増幅する原因 となることを明らかにした。以上の研究成果は、これまで地衡風乱流理論で説明されてきた 大気大循環のエネルギースペクトルが、ロスビー波の砕波と飽和理論によって書き換えら れることを実証する成果である。

以上の研究成果は、2019年秋の気象学会で「ロスビー波の砕波実験による順圧3次元ノーマルモードエネルギースペクトルの形成過程に関する研究」というタイトルで発表された。この研究成果は、英文国際誌 Atmospheric Science Letters に「Time Series Analysis of Normal Mode Energetics for Rossby Wave Breaking and Saturation using a Simple Barotropic Model」 by Matsunobu and Tanaka (2019) というタイトルの論文として投稿され、2019年に受理・公開された。

### 5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件(うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件)	
1 . 著者名	4 . 巻
Takumi Matsunobu and Hiroshi L. Tanaka	2019;20:e940
	,
2.論文標題	5.発行年
Time Series Analysis of Normal Mode Energetics for RossbyWave Breaking and Saturation using a	2019年
simple barotropic model	
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Atmospheri Science Letters	1-8
Attioopher Governor	1 0
	本芸の大畑
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	
3 John Excoens (&R. Collection)	_
4 7747	I 4 <del></del>
1.著者名	4 . 巻
Yamagami, A., M. Matsueda, and H. L. Tanaka,	18
2.論文標題	5 . 発行年
Extreme Arctic Cyclone in August 2016	2017年
extreme Arctic Cyclone III August 2016	20174
- 101	
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Atmos. Sci. Lett.,	307-314
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
	_
doi:10.1002/as1.757.	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-
1. 著者名	4.巻
	15
Yamagami, A., M. Matsueda, and H.L. Tanaka	15
2.論文標題	5 . 発行年
Predictability of the 2012 Great Arctic Cyclone in medium-range ensemble forecasts	2018年
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1	
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Polar Science	13-23
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
doi:10.1016/j.polar.2018.01.002	有
1	"
オープンアクセス	国際共著
	<b>山</b> 啄不有
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-

# [学会発表] 計3件(うち招待講演 1件/うち国際学会 3件) 1.発表者名

Akasofu, S. I., and H. L. Tanaka

# 2 . 発表標題

On the natural component of climate change.

### 3 . 学会等名

ISAR-5 International Symposium on Arctic Research, January 15-18, 2018, Hitotsubashi Hall, Tokyo, Japan, S1-001. (招待講演) (国際学会)

2018年

1. 発表者名 Tanaka, H. L., and K. Ito		
2. 発表標題 Multi-decadal variability in planetary albedo.		
3.学会等名 ISAR-5 International Symposium on Arctic Research, January 15-18, 2018, Hitotsubashi Hall, Tok	kyo, Japan, \$1-004. (国際学会)	
4 . 発表年 2018年		
1.発表者名 Kurihana, T. and H. L. Tanaka		
2. 発表標題 Analysis of cloud formation process for arctic cyclone in the non-hydrostatic icosahedral grid	d model.	
3.学会等名 ISAR-5 International Symposium on Arctic Research, January 15-18, 2018, Hitotsubashi Hall, Tokyo, Japan, G01-006.(国際学会)		
4 . 発表年 2018年		
〔図書〕 計2件		
1 . 著者名 松岡・田中・杉田・八反地・松井・加藤ー編	4 . 発行年 2019年	
2.出版社 古今書院	5.総ページ数 114	
3.書名 地球環境学 改訂版		
1.著者名 田中博	4 . 発行年 2017年	
2.出版社 共立出版	5.総ページ数 305	
3.書名 地球大気の科学		

# 〔産業財産権〕

〔その他〕

-

### 6.研究組織

	. 听九組織		
	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	寺崎 康児 (Terasaki Koji)	国立研究開発法人理化学研究所・計算科学研究センター・研究員	
	(80548842)	(82401)	
研究分担者	松枝 未遠 (Matueda Mio)	筑波大学・計算科学研究センター・助教	
	(80738691)	(12102)	