

令和 2 年 4 月 27 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K06146

研究課題名(和文) 不連続な壁面温度によって誘起されるマイクロスケール気体流に対するすべりの境界条件

研究課題名(英文) Slip boundary conditions for micro-scale gas flows induced by a discontinuous wall temperature

研究代表者

田口 智清 (Taguchi, Satoshi)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号：90448168

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：気体分子の平均自由行程が系の代表長さより十分小さい弱希薄気体を対象に、気体が接する壁面の状態(以下、境界データ)が境界にそって滑らかに変化することを仮定した従来の「一般化すべり流理論」を、境界データに不連続的な跳びがある場合に拡張することを試みた。具体的には、壁面温度が不連続的な跳びをもつ2次元流路内の希薄気体の振舞いを線形化ボルツマン方程式にもとづいて考察し、境界条件の不連続によって誘起される弱希薄気体の大域的振舞いが、ストークス方程式と不連続点上の特異な流速条件によって記述されることを見出した。また、その特異性の強さが空間2次元の気体論的境界層の問題より定められることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

気体の振舞いを巨視的に記述する流体力学的方程式系を分子の集団運動を記述するボルツマン方程式の系から導出することは実用上重要であり、気体の接する壁における条件(温度分布や速度分布)が滑らかに変化する場合にはすでに確立されたものがある(一般化すべり流理論)。一方、一般化すべり流理論を壁面温度が不連続的な跳びをもつ場合に対して拡張できるかどうかは、理論の原型が発表されてからほぼ半世紀がたった研究開始時点でも知られていなかった。本研究はこれを肯定的に解決し、従来考えられていたよりも広い範囲のマイクロスケール流体問題が(ボルツマン方程式に立ち返ることなく)流体力学のレベルで解析できることを示した。

研究成果の概要(英文)：In this study, we aimed at extending the conventional "generalized slip flow theory" that assumes a smooth boundary condition to the case where the boundary condition has a jump discontinuity along the boundary. More specifically, a slightly rarefied gas confined in a two-dimensional channel with a discontinuous wall temperature is considered based on the linearized Boltzmann equation and it was found that the singularity with diverging flow velocity is served as the corresponding slip boundary condition for the overall flow velocity described by the Stokes equation. The strength of the singularity (the multiplicative factor) is determined by the analysis of a newly introduced spatially two-dimensional Knudsen-layer problem.

研究分野：流体工学

キーワード：すべりの境界条件 希薄気体 不連続 ボルツマン方程式 境界層 接合漸近展開 特異性

1. 研究開始当初の背景

気体分子の平均自由行程が考えている系の代表長さに対して無視できない気体は希薄気体と呼ばれ、その力学的、熱力学的性質を調べる理論的枠組みは分子気体力学(希薄気体力学)と呼ばれる。希薄気体力学は、連続体理論に基礎づけられた従来の流体力学の前提条件である「局所平衡状態」を仮定しないため、(対象が気体に限定されるものの)平衡状態からのずれの大小によらず、より俯瞰的な立場で流体の振舞いを論じることができる。また、対象を気体に限ることなく、より液体に近い物質まで理論の適用範囲を拡張しようという試みもあり、一定の成果を上げている。希薄気体力学は、例えばマイクロ流路内の流れなど非常に小さい系(微視的スケール)における流動を考える際に重要となる。

希薄気体は、気体が接する物体の表面温度の非一様性によって、物体周囲に気体の定常な流れが生じる性質をもつ。この種の流れは熱ほふく流(あるいは熱遷移流)と呼ばれ、巨視的スケールでは見られない(無視できる)現象である。熱ほふく流の解析は、数学的には気体分子の集団的振舞いを定式化したボルツマン方程式の境界値問題に帰着されたため、本来であればボルツマン方程式の解析が必要となる。これは一般には極めて困難であるが、分子の平均自由行程と系の代表長さの比であるクヌーセン数が小さい場合には、クヌーセン数を微小パラメータとして境界値問題を漸近解析することにより、従来の巨視的流体力学に準ずる系が得られ、巨視的方程式を用いた簡便な解析が可能となる。この理論(一般化すべり流理論と呼ばれる)の構築は1960年代以降、日本人学者である曾根を中心に進められ、その後の理論の整備・拡充を経て定常流に関してはほぼ完成している。熱ほふく流の場合、境界に沿う流速が壁面温度勾配に比例するように与えられ、この条件は「すべりの境界条件」と呼ばれる。

曾根による一般化すべり流理論では、境界の形状が滑らかであり、かつ境界データ(個体壁の温度や速度)が滑らかに変化するという仮定が用いられる。しかし工学的な実用性や応用数学との学術的な接続を考えたとき、壁面温度が不連続的に変化する場合や、境界の形状が尖った部分をもつ場合の考察も重要である。実際、熱尖端流やクルックスのラジオメータなどに関連して、従来の一般化すべり流理論が適用できない流れが2000年以降学術誌において取り上げられることが増えてきている。これらの流れには現在の型の一般化すべり流理論は適用できないが、希薄度が小さければ、気体の振舞いは従来の流体力学の方程式を用いて十分精度良く記述できると考えられる。しかしこれと併せて用いるべき「すべりの境界条件」は、境界データが滑らかでない場合には大きな修正が必要であると想像される。本研究では、一般化すべり流理論を境界の温度が不連続的な跳びをもつ場合に拡張することで、一般化すべり流理論をさらに一般化することを試みた。

2. 研究の目的

従来の一般化すべり流理論は境界の形状および境界データ(個体壁の温度分布や速度分布)が滑らかであることを仮定している。本研究ではその仮定を取り除くことで、より広い範囲の物理的状況において弱希薄気体の振舞いを記述できる流体力学的な理論を構築することを最終的な目標とした。その目標に照らし、またその第一歩として、次の研究を行った。すなわち、平面状の境界に与えられた壁温度が不連続的な跳びをもつとき、境界に接する希薄気体の定常な振舞いを記述する流体力学的方程式系とその境界条件を、ボルツマン方程式の境界値問題の解析をもとに導出する。

3. 研究の方法

具体的な問題設定として、次の物理的問題を考えた。すなわち、無限に広い2枚の平行平板に挟まれた2次元流路内に封入された希薄気体を考える。平板の温度は共通で、ある一点で不連続的な跳びをもつ以外は様な温度に保たれている。その壁面温度の不連続によって、不連続点の近傍では局所的な流れが生じる。その定常な流れをボルツマン方程式と平板上における分子の拡散的反射条件を仮定して調べる。本研究では摂動展開法を用いた理論解析と数値解析を組み合わせ、理論・数値の双方から問題の解析にあたる。希薄度(気体分子の平均自由行程を平板の隙間の距離で除して得られる値で、非平衡度を測る尺度となる)が小さいことを利用した摂動法を用いた解析は、本研究の中心部分であり、これによって、ボルツマン方程式の系から流体力学的方程式の系を導出し、併せて用いるべき境界条件の形を明らかにする。一方、理論解析と並行して行う数値解析には、どういった理論解析を行うべきかの指針を与え、さらに理論解析で得られた結果を数値的に検証する役割がある。本研究では、理論解析と数値解析を交互に進めることで、実質的な成果に結びついた。

(1) 不連続的な壁面温度による流体力学的方程式の境界条件(流体運動を駆動する条件の導出)

本研究は新しい課題であるため、研究を始めた段階で適当な定式化が文献の中になく、問題設計から取り掛かる必要があった。そこで予備的な考察にも基づき、2枚の平行平板からなる2次元流路内を希薄気体が満たしている状況を考え、壁面に与えられた温度分布が不連続的な跳びをもつ状況において、温度の非一様性が原因となって流路内に誘起される定常流を考察することとした。この状況は、不連続的な境界条件による流れを調べる問題に関連して考え得る問題の中で、最も解析の難易度が低いものである。数学的には、この問題はボルツマン方程式の定常境界値問題として定式化される。この境界条件の中に含まれるデータが不連続的な跳びを持つわけである。さらに、問題の本質的な部分を残しつつできるだけ解析を簡素化するため、平板上の温度分布の不連続的な跳びの大きさが十分小さく、方程式と境界条件が適切な基準状態のまわりで線形化できることを仮定した。流路をまっすぐな2次元流路とすることで、解析過程の随所で必要となる諸問題の解を解析的に閉じた形で書き下すことができ、大きな助けとなった。理論解析は当初の予想とは異なる形で進み、多くの試行錯誤を要した。最終的には、滑らかな境界データを前提とする従来の曾根理論を「外部領域」の解とし、壁面温度の不連続点近傍の解を内部解とする接合漸近解析を行うことで、矛盾なく解が構成できることがわかった。

(2) 数値解析

前項で理論的に導いた境界条件を検証するための数値解析を行った。実際には理論解析の後に数値解析を行ったわけではなく、理論解析と並行して実施することで、解析の指針を得た。理論解析では解の閉じた形で書き下しを可能にするために、「非常に長い流路」が役にたったが、数値解析ではこれは逆に困難となる。数値計算で無限領域を扱うのは不可能だからである。不連続点近傍の振舞いが本研究の主眼であるため、本数値解析においては、正方形の矩形領域内に希薄気体を閉じ込め、壁面温度の不連続によって誘起される希薄気体の流れをボルツマン方程式の標準的簡易モデルにもとづいて数値解析した。数値解析手法は、代表者の属するグループで長年にわたって開発改良されてきた方法を用いた。その理由は、本数値解析では不連続点近傍における巨視的物理量（流速や温度）の変化を捉えることが重要であるが、その変化の背後にある速度分布関数の不連続を精密に解像するために適していたからである。手法自体はすでに確立しているため、適用は容易であったが、計算にはかなりの日数を要した（最長数ヶ月）。クヌーセン数を次第に小さくしながらボルツマン方程式の簡易モデルの数値解を各クヌーセン数に対して求める。そのときに得られる巨視的物理量の不連続点近傍における振舞いを調べ、前項(1)で導出される流体運動の駆動条件と同様の振舞いが観察されるかを確かめた。

4. 研究成果

(1) 不連続的な壁面温度によって駆動される流れを表す特異な「すべり条件」

壁面温度の分布が滑らかでなく不連続的な跳びをもつ場合、不連続点の近傍で境界データの滑らかさを前提とする従来の一般化すべり流理論を適用しようとする、理論は不連続点近傍で破綻することをまず明らかにした。これは予想された結論ではあるが、実際にどのように破綻がおこるのか理論解析の枠の中で観察することは重要である。具体的には漸近理論におけるクヌーセン数の1次のオーダーの項がクヌーセン数の減少とともに増大し、ゼロ次のオーダーの項と同程度の大きさになることで漸近展開が破綻してしまうことがわかった。

曾根の理論が破綻する領域（不連続点近傍）が特定できたことで、その対処法が明らかになった。曾根の理論では、空間的な変化の穏やかな解（ヒルベルト解）と境界近傍で境界に垂直な方向に平均自由行程程度の空間的尺度で急峻に変化する解（クヌーセン層補正）を用いる。この空間変化の尺度の制限をさらに緩めた解を不連続点の近傍で導入した。この新しい気体論的境界層をクヌーセン帯（Knudsen zone）と名付けた。

クヌーセン帯内部の気体の振舞いを解析する問題は2次元の（線形化）ボルツマン方程式の半空間境界値問題として定式化される。特にこの問題における遠方の境界条件は、空間大域的なヒルベルト解とそれに対するクヌーセン層補正への接続を考えることで完全に決まる。クヌーセン帯の解析ではボルツマン方程式の境界値問題を数値的に解いて具体的に解を求める作業が必要であるが、遠方の振舞いを調べることで、気体の大域的な振舞いを記述するストークス方程式と一緒に用いるべき条件（すべり条件）を導くことができる。これを行うことで、すべり条件の形を形式的に定めた。この条件は含まれる比例定数を定めることによって初めて具体的な条件となるが、そのためには、クヌーセン帯の問題を数値的に解く必要がある。これについては、ボルツマン方程式の標準的簡易モデルにもとづく計算を実施した。なお、得られたすべり条件は、不連続点上で流速が発散する特異性をもつ。この得意性は、流体力学において従来から知られているジェフリー・ハメルの流れと一致し、このことは得られた条件が巨視的流体力学と理論的に整合していることの保証となる。

(2) 数値解析

前項で理論的に導いた境界条件を検証するための数値解析を行った。その結果、理論的に得られている結果を数値的にも裏付けることができた。(1)と(2)の結果は流体力学における専門誌 Journal of Fluid Mechanics に学術論文として投稿し、掲載が決定している。

(3) 学術的意義に関する補足

連続体理論を基礎とする従来の巨視的流体力学とボルツマン方程式を基礎とする分子気体力学(希薄気体力学)の関係性は、学術的にも重要な問題であり、これまで多くの研究が様々な観点からなされている。特に工学上重要な境界を含む系では、日本人学者である曾根の貢献が大きく、関連する研究者達の手による 1960 年代以降の理論の整備拡充により、境界データが滑らかである場合の定常な系に対しては、ほぼ解決が得られている(一般化すべり流理論の構築)。その中で、唯一未解決であったのが、境界データが滑らかでない場合である。本研究は、最も単純な状況下での解析ではあるものの、壁温度が不連続を持つ場合に対して一般化すべり流理論を拡張することに成功し、境界データの滑らかさが必要であるという従来の認識を覆した。

(4) 不連続的な初期条件による流体運動(球のレイリー問題)

不連続的な壁面温度によって生じる流体運動に関連して、境界条件が空間的には滑らかであるが、時間的に不連続的な跳びをもつ場合に、これによって生じる流れの解析も行っており、いくつかの新しい知見を得た。具体的には、静止した気体中に静止した一様な温度に保たれた剛体球があり、気体と剛体球は初期に熱平衡状態にあるとする。ある時刻において球が突然一定の回転角速度で自転をはじめたときに、球のまわりに誘起される気体の非定常運動を調べる。この問題をボルツマン方程式の簡易モデルにもとづいて直接数値解析し、巨視的物理量の時間発展を調べた。特に気体中の熱流が初期には球の回転方向に流れ、時間の経過とともに、回転と逆方向に流れることを見出した。この現象の理論的解釈、ならびに希薄度が小さい場合の流体力学的方程式系の導出は今後の課題である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Satoshi Taguchi, Tetsuro Tsuji	4. 巻 -
2. 論文標題 On the motion of slightly rarefied gas induced by a discontinuous surface temperature	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Satoshi Taguchi, Kazuyuki Saito, Shigeru Takata	4. 巻 862
2. 論文標題 A rarefied gas flow around a rotating sphere: diverging profiles of gradients of macroscopic quantities	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 5~33
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1017/jfm.2018.946	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 3件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 Satoshi Taguchi
2. 発表標題 Motion of a slightly rarefied gas induced by a discontinuous wall temperature
3. 学会等名 INdAM Workshop: Recent Advances in Kinetic Equations and Applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田口智清
2. 発表標題 不連続な壁面温度によって誘起される流れ：特異なすべり境界条件
3. 学会等名 日本流体力学会年会2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小寺雅司
2. 発表標題 希薄気体中で自転を始める球により誘起される流れ
3. 学会等名 桂インテックセンター 先端流体工学研究部門 第2回公開セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 S. Taguchi
2. 発表標題 Cross-coupling effect of flow and heat transfer in a slow flow of a rarefied gas past a sphere
3. 学会等名 31th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 田口智清
2. 発表標題 希薄気体における力学的・熱力学的相互作用
3. 学会等名 兵庫県立大学計算機科学連携セミナー～非平衡現象のダイナミクス～(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 S. Taguchi
2. 発表標題 Cross-coupling effect in a slow rarefied flow past a heated sphere
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 田口智清
2. 発表標題 希薄気体における熱と流れの相互作用
3. 学会等名 日本流体力学学会年会2018
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----