

令和 2 年 6 月 10 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K06301

研究課題名(和文) 電磁界数値解析のための高速疎行列計算技術の開発

研究課題名(英文) Development of fast sparse matrix computation techniques for electromagnetic computation

研究代表者

美船 健 (Mifune, Takeshi)

京都大学・工学研究科・講師

研究者番号：20362460

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本課題では、各種電気機器の設計・開発に活用されている電磁界シミュレーションの効率化を目指して、従来にはない新たな疎行列計算技術の開発に取り組んだ。固有/特異ベクトル推定による疎行列線形反復解法の高速化、辺要素電磁界解析への幾何的ブロック対角前処理法の応用について研究を遂行し、理論的・数値実験的な成果を得た。さらに、疎行列で表現される系のモデル縮約について研究を進展させ、有用な知見・理論的成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本課題で開発された計算技術を導入することで、各種電気機器の設計・開発に活用されている電磁界シミュレーションのさらなる効率化・高速化が可能となる。開発された技術が将来的に商用ソフトウェア等に還元されることで、産業界を含めた多くのユーザに利することが期待できる。また本課題で得られた様々な理論的成果は、疎行列計算やモデル縮約を含む電磁界計算に関する今後の研究をさらに加速させることも期待できる。

研究成果の概要(英文)：We aimed to improve the efficiency of electromagnetic field simulation, which is used in the design and development of various electrical equipments, and studied on the development of new sparse matrix computation techniques that has never existed before. We performed research on speedup of sparse matrix linear iterative solver by eigen-/singular- vector estimation and application of geometric block diagonal preconditioning method to edge element electromagnetic field analysis, and obtained theoretical and numerical experimental results. Furthermore, we have developed a research on model reduction of a system involving a sparse matrix and obtained fruitful knowledge and theoretical results.

研究分野：計算電磁気学

キーワード：電磁界解析 有限要素法 疎行列 線形反復解法

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

電気機器設計において、開発コスト削減や開発サイクル短縮を目的として、計算機による電磁界シミュレーションが広く活用されている。この背景には、近年の計算機及び計算技術の発展によって、低廉な計算機上でも従来不可能であった規模の解析を行えるようになってきたことがある。しかしながら定常状態を知るために時間方向に多数の反復計算を要する場合など、計算コストが極めて多大となるケースは依然として存在しており、電磁界計算のさらなる高効率化が求められている。

研究代表者は本課題の開始以前に、電磁界解析ソフトウェアのための高効率計算技術の研究・開発に継続的に取り組んできた。主だった研究テーマとして、

- ・電磁界方程式の特異性を効率的に扱う折畳み前処理
- ・マルチグリッド法を応用した高速線形反復解法
- ・メッシュ不整合な有限要素解析のための均質化法
- ・電磁界解析の高速化のための誤差修正法

等が挙げられる。上記の研究テーマの多くは、本課題の研究対象である疎行列計算と深い関わりを持っている。本課題は、過去の研究成果を基盤とした上で、電磁界解析を高効率化するための新たな疎行列計算技術を開発することを目的として、研究を開始した。

2. 研究の目的

本課題の目的は、各種電気機器の設計・開発に活用されている電磁界シミュレーションの高効率化を目指して、従来にない新たな疎行列計算技術を開発することである。複数の研究テーマに多角的に取り組むが、以下の2つを主要なテーマとする。

- (1) 近似的な固有ベクトル推定による疎行列線形反復解法の高速化
- (2) 辺要素電磁界解析への幾何的ブロック対角前処理法の応用

上記の他にも、電磁界のモデル縮約法、マルチグリッド法等に関するテーマについても取り組んだ。

開発された計算技術を導入することで、電磁界シミュレーションのさらなる高効率化が可能となる。それらの技術が商用ソフトウェア等に還元されることで、技術者のみでなく多くの利用者に利することが期待される。

3. 研究の方法

(1) 項1で述べた過去の研究テーマの一部において研究代表者らは、同一または類似の係数行列を持つ多数の連立一次方程式を連続的に求解する際に、既に求解を行った方程式の求解過程で得た情報を積極的に利用することによって、新たに扱う方程式の求解を高速化するアプローチについて、検討を進めてきた。このアプローチの成否の要となるのは、扱う係数行列の固有値の中で最も値の小さい固有値群に対する固有ベクトルについて、良い推定値を得ることである。本課題以前の研究において、過去に扱った方程式に対する共役勾配法の反復計算過程で現れる誤差ベクトル(近似解と真の解の差)に着目することで上記の固有ベクトルの推定値を得る手法を開発し、電磁界解析の幾つかの例題について一定の成功を確認している。

しかしながら、共役勾配法の過程で得られる情報は誤差ベクトルのみには限られず、その他の情報を広く利用することで、よりよい推定を行える可能性がある。本課題では主に、より適切な固有ベクトルの推定値を得る手法の開発に取り組んだ。

(2) 本課題以前の研究において、研究代表者らは辺要素を用いる電磁界解析で現れる疎行列に対する幾何的ブロック対角前処理法の提案を行っている。渦電流解析、電磁波解析を含む数値実験において本手法による計算高速化効果は高いことが確かめられている反面、数学的・理論的な解析が十分には行われておらず、またその適用可能な解析モデルの範囲も限定的であった。本課題では、辺要素解析へ幾何的ブロック対角前処理を適用する際の理論的解析に取り組み、その応用範囲の拡大化を目指した。

(3) 主テーマである(1)(2)以外にも、疎行列計算に関わる研究を多角的に行うことが当初から研究計画に含まれていた。その中で大きな進展のみられた、電磁場方程式のモデル縮約に関するテーマについて述べる。

電磁場方程式に対するモデル縮約法として CLN 法が開発され近年注目を集めている。本課題では、CLN 法のアルゴリズムをクリロフ部分空間法の観点から捉えることで議論を容易化し、クリロフ部分空間法に関する既知の豊富な知見を活用することで、CLN 法の収束性に関する数学的な評価、CLN 法に関するより発展的な技術の開発を行う。

4. 研究成果

各テーマの研究成果について述べる。

(1) テーマ「近似的な固有ベクトル推定による疎行列線形反復解法の高速化」においては複数の研究開発を実施しそれぞれについて一定の研究成果を得ている。

当初の計画に基づいて、陰的誤差修正法のアルゴリズムにおいて、従来と同様に誤差ベクトルをそのまま用いた上で、反復の最後に得た近似解ベクトルをこれに加えて、固有ベクトル推定を

行う方法について検討した。結果として、近似解ベクトルの追加の効果は小さく、誤差ベクトルのみに着目する従来の考え方の妥当性が支持された。さらに共役勾配法のアルゴリズム中に現れる方向ベクトルの利用についても検討し、誤差ベクトルのみを用いる場合と比較して収束性改善効果を向上できる可能性を確認した。

固有ベクトル推定に基づく誤差修正による疎行列線形反復解法の高速において、誤差修正はこれまで加法シュワルツ型前処理によって実行されてきた。これに対して乗法シュワルツ型前処理による誤差修正について検討を行った。

非線形材料を含む有限要素解析に対する誤差修正法の応用について検討し、その有用性を確認した。

上に述べた ~ のテーマでは固有ベクトル推定において問題の物理的背景に関する情報を使用しない代数的なアプローチをとっている。これに対して、サイズを可能な限り小さくとしたサンプル問題に対して特異値分解あるいは固有値分解を行い、得られたベクトルと問題の物理的背景（例えば材料定数の変動など）との対応関係を観察することによって、物理的観点から固有ベクトル推定を行うアプローチについて検討を行った。導電率が急激に変化する超電導コイルの解析などにおいて、本アプローチの高い有効性が確認され、また（４）に述べる代数マルチグリッド法を使用する研究テーマに進展した。

（２）テーマ「辺要素電磁界解析への幾何的ブロック対角前処理法の応用」について、幾何的ブロック対角前処理法の有効性に関する理論的・数値的検討を行った。既に得られていた２次元辺要素解析における理論的成果をより整理し、幾何的ブロック対角前処理法を適用した際の行列の固有値・固有ベクトルの全てを理論的に解明した。加えて、マルチグリッド法と連携する求解手法が極めて高い有効性を示すことを数値的に確認した。さらに３次元辺要素解析の場合についても検討を行い、幾何的ブロック対角前処理法が理想的な収束性改善効果を示すことを数値的な固有値解析によって確認した。

（３）当初の予定に明確には含まれていなかった、電磁場方程式のモデル縮約について研究が進展し、以下の研究成果が得られた。

電磁界問題のモデル縮約法として進展の著しいCLN法に着目し、疎行列線形反復解法の観点からその理論的基盤について考察を行った。CLN法をクリロフ部分空間法の枠組みにより記述することによりその理論的基盤を構築し、数学的議論を容易化するとともに高周波電磁界問題への適用可能性を示した。

CLN法の収束性がクリロフ部分空間法におけるCGW法の収束性に対応することに着目し、収束性を決定する主要な要因である条件数について数学的検討を行った。それにより展開点を使用する場合を含めて条件数の上限を明確に与えることに成功した。

CLN法がクリロフ部分空間法法の観点からはCGW法つまりCG法の一種の拡張であることに着目し、CG法と同等の有用性を持つCR法に対応するCLN法の別バージョンを開発することに成功した。

（４）T法に基づく渦電流解析手法において、代数マルチグリッド法を援用する前処理手法を開発し、H行列法との連携により解析の大規模化の可能性を向上させた。この際、サンプル問題における特異値分解を利用して必要とされる固有ベクトルの推定を行い、この問題に対する代数マルチグリッド法の有効性を明確化した。代数マルチグリッド法の使用に伴う計算コストを現実的なものとするため、元の問題に対する疎行列近似を適用する技術を開発した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 美舩健, 松尾哲司
2. 発表標題 電磁界計算におけるクリロフ型モデル縮約に関する一考察. 電気学会研究会資料
3. 学会等名 電気学会静止器回転機合同研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Iwashita, S. Kawaguchi, T. Mifune, T. Matsuo
2. 発表標題 Acceleration of Transient Non-linear Electromagnetic Field Analyses Using an Automated Subspace Correction Method
3. 学会等名 The Eighteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takeshi Mifune
2. 発表標題 Geometric Block Diagonal Preconditioning Technique for Electromagnetic Finite Element Analysis Using Voxel Mesh
3. 学会等名 SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----