

令和 2 年 7 月 1 日現在

機関番号：24506

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K13717

研究課題名(和文)セミパラメトリック長期記憶モデルにおける構造変化

研究課題名(英文)Structural change in semiparametric long memory time series

研究代表者

山口 圭子(YAMAGUCHI, Keiko)

兵庫県立大学・国際商経学部・講師

研究者番号：60534964

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 900,000円

研究成果の概要(和文)：フラクショナル和分過程( $I(d)$ 過程)の長期記憶パラメータ $d$ の推定では、短期記憶の特定化を避けるセミパラメトリック推定を用いることが多い。よく利用されるのはLocal Whittle(LW)推定である。Abadir et al.(2007)は $d$  ( $-1.5, \dots$ )の範囲で推定できるLW推定量を提案した。ただし、その範囲から $d=0.5, 1.5, 2.5, \dots$ を除かなければならない。そこでまず、この穴のうち $d=0.5$ を埋める推定量を提案した。シミュレーションにより他の推定量との比較を行った。また、長期記憶性が平均の変化によるみせかけのものか本物かを判別する検定についての研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

フラクショナル和分過程( $I(d)$ 過程)とは、 $d$ ( $d$ は0から1までの実数)回階差をとると、ARMA過程のような弱定常になる系列のことである。このモデルはファイナンスやマクロの様々なデータにおいて観測され、多方面に利用されている。 $I(d)$ 過程はそのモデルの特性から比較的長い系列に対して応用されることが多いが、そのような系列では構造変化がおこる可能性も高いと考えられる。そこで、長期記憶性と構造変化の両方を考慮したモデルを開発することに意義がある。

研究成果の概要(英文)：Abadir et al.(2007) extend the local Whittle estimator to  $d$  in  $(-1.5, \dots)$ , calling it the fully extended local Whittle (FELW) estimator. They assume  $d$  in  $(-1.5, \dots)$  except  $d=0.5, 1.5, 2.5, \dots$ . We extend the FELW estimator so that  $d$  in  $(-1.5, 1.5)$  with  $d=0.5$  by two step estimation. We examine the small sample performance of our estimator and other estimators proposed in previous studies. We consider a test of long memory versus spurious long memory.

研究分野：計量経済学

キーワード：時系列分析

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

フラクショナル和分過程( $I(d)$  過程)とは、 $d$ ( $d$ は0から1までの実数)回階差をとると、ARMA過程のような弱定常になる系列のことである。このモデルはファイナンスやマクロの様々なデータにおいて観測され、多方面に利用されている。その理由の1つは、 $I(d)$ 過程が株価などのボラティリティ系列で観測される長期記憶性をモデル化できることにある(e.g. Andersen et al., 2003)。もう1つは、 $d$ に実数を許すことにより、ARMA過程( $=I(0)$ 過程)と単位根過程( $=I(1)$ 過程)の中間の持続性を表現できることがあげられる。

### 2. 研究の目的

$I(d)$ 過程はそのモデルの特性から比較的長い系列に対して応用されることが多いが、そのような系列では構造変化がおこる可能性も高いと考えられる。そこで、長期記憶性と構造変化の両方を考慮したモデルを開発することが目的である。

### 3. 研究の方法

(1) 関連する先行研究の調査と整理をおこなった。

(2) コンピューターによるシミュレーションにより、推定量や検定統計量の有限標本でのパフォーマンスを調べた。

### 4. 研究成果

(1)  $I(d)$ 過程は $d < 0.5$ で定常である。この $d$ の推定では短期変動によらないセミパラメトリック推定がよく用いられる。その中でも一般的なのがKunsch (1987), Robinson (1995)によって提案されたLocal Whittle (LW)推定である。Robinson (1995)は $|d| < 0.5$ について漸近理論(一致性や漸近分布)を明らかにした。しかしながら、経済・金融データでは非定常なものも多く、より大きな $d$ を推定できるようLW推定の改良研究がなされてきた。Velasco (1999)や Hurvich and Chen (2000)によって提案された tapering を用いる推定法は、 $d > 0.5$ の推定を可能にしたが、tapering なしの場合と比べて分散が大きく(少なくとも1.5倍)なることが知られている。

Abadir et al. (2007)ではフーリエ変換に少し修正を加えることで定常な場合と同じ漸近分布 $N(0, 1/4)$ を $d \in (-1.5, \dots)$ の範囲でもつ推定量を提案した。ただし、その範囲から $d=0.5, 1.5, 2.5, \dots$ を除かなければならない。ここでは、この穴のうち $d=0.5$ を埋められるかどうか検討した。

非定常な $I(d)$ 過程には初期値の設定の違いでType1, Type2の2種類あり、漸近的に異なる性質をもつことが知られている。(Maribucci and Robinson 1999)。Abadir et al. (2007)はType1の $I(d)$ 過程を仮定している。Shimotsu and Phillips (2005)はType2の $I(d)$ 過程で初期値を0としたときに $d \in (\Delta 1, \Delta 2)$ ,  $2 - 1 < 9/2$ で漸近分布 $N(0, 1/4)$ をもつ推定量を提案した(以下ではExact Local Whittle, ELW推定量という)。Shimotsu (2010)では初期値が0でなくても $d$ が $(-0.5, 2)$ で漸近分布 $N(0, 1/4)$ をもつ推定量を提案した。この推定は2段階になっており、第1段階は広範囲で一致性をもつ tapering による推定を用いる。2段階目ではELW推定を用いるが、初期値の推定に工夫をしている。

そこでAbadir et al. (2007)のほうを $d=0.5$ でも一致性をもつように2段階推定法を用いて改良することを提案した。有限標本におけるパフォーマンスについて、今回提案した推定量と類似の推定量や改良前の推定量をモンテカルロシミュレーションにより比較した。その結果、 $d=0.5$ では改良前の推定量と比較して漸近分布は滑らかになりバイアスは小さくなったが、平均自乗誤差(MSE)は大きくなった。さらに $d=0.5$ 以外においてはバイアスが少し大きくなり、MSEも同等か少し大きくなることがわかった。以上を論文にまとめた(山口2018)。今後の課題としては、 $d=1.5, 2.5, \dots$ の穴も埋められるかを検討したい。また、Nielsen (2011)はAbadir et al. (2007)を多変量に拡張しているが、これも同様に $d=-0.5, 0.5, 1.5, 2.5, \dots$ で穴があいてるので、同じような方法で埋められるのではないかと考えられる。

(2) 長期記憶性がみせかけか本物かを判別する検定についての研究を行った。

当初、長期記憶パラメータを固定したうえでの検定統計量について、漸近的性質を理論的におよびモンテカルロシミュレーションにより調べていた。しかし、長期記憶パラメータのパラメータ空間(ここでは0から1に限定している)で一樣に同様のことがいえないかと考えはじめた。そこで長期分散推定の長期記憶パラメータに関して一樣な上界が必要なことがわかった。最初に調べていた検定統計量では時間領域で長期分散を推定していたが、周波数領域での推定に変えることにより一樣なオーダーが得られることがわかった。

そこで周波数領域に変えてモンテカルロシミュレーションをやり直した。まず棄却点も長期

記憶パラメータに依存するのでモンテカルロシミュレーションにより求める必要があり実験した結果、時間領域の場合とほぼ等しいことがわかった。次に帰無仮説のもとでのパフォーマンスについてもモンテカルロシミュレーションをやり直した。その結果、サイズは時間領域の場合とほぼ変わらないことがわかった。また、サイズに関してはパートレットカーネルを用いたほうがパラゼンカーネルを用いるよりもパフォーマンスが良さそうなことがわかった。

(3) 定常長期記憶系列において長期記憶パラメータ  $d$  が変化した時の変化点推定について考えている。Yamaguchi (2011) では、変化点比率の推定量が一致性をもつことを示し、変化点推定量の漸近分布を導出した。それをもとに信頼領域を求めることができる。線型モデルで構造変化を考えた Bai (1997) の方法をなぞったものである。この方法は変化の幅がある程度の大きさであることを仮定している。それに対して変化幅が小さい場合には信頼領域のカバレッジ率が悪いことが知られている。Elliott and Muller (2007), Yamamoto (2018), Kurozumi and Yamamoto (2015) は、帰無仮説はある固定の時点で変化するとおいて、それが棄却されなければその点は変化点の信頼領域に入る、というのを想定される各点で繰り返し行うことにより、変化点の信頼領域をつくる方法を提案し実際にうまくいくことを示している。

長期記憶パラメータ  $d$  は少し変化しただけでも平均の信頼区間や長期的な予測に大きな影響を与えるのでモデリングする際には考慮することが重要である。Elliott and Muller (2007) などの方法を用いれば変化幅が比較的小さい場合でもうまくいくのではないかと考えた。有限標本でのパフォーマンスを調べるためにシミュレーションしている途中である。理論的にうまくいくことを示すのは少し難しいかもしれないと考えているところである。

#### <引用文献>

- Abadir, K. M., Distaso, W., and Giraitis, L. (2007), "Nonstationarity-extended local Whittle estimation," *Journal of Econometrics*, 141, 1353-1384
- Andersen, T. G, Bollerslev, T, Diebold, F. X, and Labys, P. (2003), "Modeling and forecasting realized volatility," *Econometrica*, 71, 579-625.
- Bai, J. (1997), "Estimation of a change point in multiple regression models," *Review of Economics and Statistics*, 79, 551-563.
- Elliott, G. and Muller, U. K. (2007), "Confidence sets for the date of a single break in linear time series regressions," *Journal of Econometrics*, 141, 1196-1218.
- Hurvich, C, and Chen, W.W. (2000), "An efficient taper for potentially overdiff erenced long-memory time series," *Journal of Time Series Analysis* 21, 155-180.
- Kunsch, H. R. (1987), "Statistical aspects of self-similar processes," in Y. Prohorov and V.V. Sazanov (eds), *Proceedings of the First World Congress Vol. 1*, Utrecht: VNU Science Press, 67-74.
- Kurozumi, E. and Yamamoto, Y. (2015), "Confidence sets for the break date based on optimal tests," *Econometrics Journal*, 18, 412-435.
- Marinucci, D., and Robinson, P. M (1999), "Alternative forms of fractional Brownian motion," *Journal of statistical planning and inference*, 80, 111-122.
- Nielsen, F. S. (2011), "Local Whittle estimation of multivariate fractionally integrated processes," *Journal of Time Series Analysis*, 32, 317-335.
- Robinson, P. M. (1995), "Gaussian semiparametric estimation of long range dependence," *Annals of Statistics*, 23, 1630-1661.
- Shimotsu, K. (2010), "Exact local Whittle estimation of fractional integration with unknown mean and time trend," *Econometric Theory*, 26, 501-540.
- Shimotsu, K., and Phillips, P. C. (2005), "Exact local Whittle estimation of fractional integration," *Annals of Statistics*, 33, 1890-1933.
- Velasco, C. (1999), "Gaussian semiparametric estimation of nonstationary time series," *Journal of Time Series Analysis*, 20, 87-127.
- Yamaguchi, K (2011). "Estimating a change point in the long memory parameter," *Journal of Time Series Analysis*, 32, 304-314.
- Yamamoto, Y. (2018), "A modified confidence set for the structural break date in linear regression models," *Econometric Reviews*, 37, 974-999.
- 山口圭子 (2018) 「非定常長期記憶過程と Local Whittle 推定」『商大論集』69, 95-100.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 0件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 山口圭子	4. 巻 69
2. 論文標題 非正常長期記憶過程とLocal Whittle推定	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 商大論集	6. 最初と最後の頁 95 100
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----