

令和 4 年 5 月 23 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K14173

研究課題名(和文) Hirzebruch-Zagier サイクルと p 進 L 関数

研究課題名(英文) Hirzebruch-Zagier cycles and p-adic L-functions

研究代表者

太田 和惟 (Ota, Kazuto)

大阪大学・理学研究科・准教授

研究者番号：70770775

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000 円

研究成果の概要(和文)：モジュラー曲線に付随する重要な代数的サイクルについての数論幾何的な研究をおこない、次のような成果を得ることができた。まず、一般 Heegner サイクルを用いることで、非通常素点において、楕円保型形式に対する反円分拡大の岩澤主予想を定式化し、その半分を証明することに成功した(小林真一氏との共同研究)。次に、Heegner 点を局所的に構成する方法を見出し、その応用として、惰性的素数における CM 楕円曲線の岩澤理論における基本的な予想である Rubin 予想を証明することに成功した。また、そのさまざまな数論的応用も得られた(小林真一氏、Ashay Burungale 氏との共同研究)。

研究成果の学術的意義や社会的意義

L 関数とセルマー群の間にある不思議な関係は、非常に一般的な設定で予想され、整数論における最も重要な研究課題の一つである。いまだに完全解明には程近い状況ではあるが、このような予想に対するアプローチとして岩澤理論は非常に重要な役割を果たしてきた。本研究は、これまで知られていた通常素点における岩澤理論とは異なる現象が見られる状況での研究であり、そのような状況でのベーシックなケースである CM 楕円曲線や楕円保型形式について著しい成果を得られたことは、新たな岩澤主予想を解明する上で非常に重要な例となると考えられる。

研究成果の概要(英文)：I studied important algebraic cycles related to modular curves in view of arithmetic geometry. Consequently, I obtained results as follows. First, by studying generalized Heegner cycles on Kuga-Sato varieties, we formulated the anticyclotomic Iwasawa main conjecture for elliptic modular forms at non-ordinary primes, and we proved a half part of the conjecture (joint work with Shinichi Kobayashi). Second, we discovered a local construction of Heegner points, and by using it we proved the Rubin conjecture, which is a fundamental conjecture in anticyclotomic Iwasawa theory for CM elliptic curves at inert primes. Furthermore, we obtained arithmetic applications of the result (joint work with Kobayashi and Ashay Burungale).

研究分野：整数論

キーワード：岩澤理論

1. 研究開始当初の背景

岩澤主予想は、クレイ研究所のミレニアム問題の一つである BSD 予想にも応用があることからわかるように、とても重要な予想で、国内外で広く研究されている予想である。近年の岩澤主予想の発展はめざましく、例えば、有理数体上の楕円曲線に対する(円分)岩澤主予想が、加藤和也、Skinner-Urban らによってついに解決された。岩澤主予想は、 p 進 L 関数が生成するイデアルと“セルマー群の特性イデアル”という二つのイデアルの一致を主張するが、この予想へのアプローチで重要な役割を果たすのが、「オイラー系」と呼ばれる群コホモロジーの元の族で、これまで見つかったのは全て特殊な代数的サイクルから構成される。

2. 研究の目的

本研究の目的は、モジュラー曲線などの志村多様体やその上の久賀・佐藤多様体上の重要な代数的サイクルを数論幾何的に研究することで、さまざまな岩澤主予想へ応用することである。

3. 研究の方法

Heegner 点や一般 Heegner サイクルを研究することで、非通常素点における楕円保型形式の(反円分)岩澤主予想の証明に取り組む。この研究をもとに、よく知られた通常素点における岩澤主予想では観察されない現象がおきる岩澤主予想の理解を深め、Hirzebruch-Zagier サイクルなどを含む、より一般的な代数的サイクルの研究の基礎とする。

このような研究を、共同研究者らと議論したり、研究集会などを通じて情報収集を行いながら進めた。

4. 研究成果

加藤オイラー系を用いて、楕円保型形式に対する(円分) p 進 BSD 予想の部分的な精密化である、Mazur-Tate の BSD 型精密化予想の楕円保型形式類似を示すことに成功した。

モジュラー曲線に付随する重要な代数的サイクルについての数論幾何的な研究をおこない、次のような成果を得ることができた。まず、一般 Heegner サイクルを用いることで、非通常素点において、楕円保型形式に対する反円分拡大の岩澤主予想を定式化し、その半分を証明することに成功した(小林真一氏との共同研究)。

次に、Heegner 点を局所的に構成する方法を見出し、その応用として、惰性的素数にお

ける CM 楕円曲線の岩澤理論における基本的な予想である Rubin 予想を証明することに成功した。また、そのさまざまな数論的応用も得られた(小林真一氏, Ashay Burungale 氏との共同研究)。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kazuto Ota	4. 巻 140
2. 論文標題 Kato's Euler system and the Mazur-Tate refined conjecture of BSD type	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 American Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 495--542
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1353/ajm.2018.0012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kobayashi Shinichi、Ota Kazuto	4. 巻 86
2. 論文標題 Anticyclotomic main conjecture for modular forms and integral Perrin-Riou twists	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 537--594
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/aspm/08610537	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Burungale Ashay、Kobayashi Shinichi、Ota Kazuto	4. 巻 194
2. 論文標題 Rubin's conjecture on local units in the anticyclotomic tower at inert primes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annals of Mathematics	6. 最初と最後の頁 943--966
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4007/annals.2021.194.3.8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件（うち招待講演 8件 / うち国際学会 7件）

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 Big Heegner 点と Heegner サイクル
3. 学会等名 津田塾大学整数論ワークショップ 2020 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 On Iwasawa theory for CM elliptic curves at inert primes
3. 学会等名 Seminar on Geometry and Arithmetic (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 On the quantitative variation of congruence ideals of modular forms II
3. 学会等名 九大代数学セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 楢円保型形式に対する反円分岩澤主予想
3. 学会等名 2019早稲田整数論研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kazuto Ota
2. 発表標題 Anticyclotomic Iwasawa main conjecture for modular forms
3. 学会等名 Keio-Yonsei Number Theory Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 Anticyclotomic Iwasawa main conjecture for modular forms
3. 学会等名 第17回仙台広島整数論集会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 楯岡保型形式に対する反円分岩澤主予想
3. 学会等名 慶應義塾大学代数セミナー
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuto Ota
2. 発表標題 On the Mazur-Tate refined conjecture for modular forms
3. 学会等名 Iwasawa 2017 (poster session) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuto Ota
2. 発表標題 On the Mazur-Tate refined conjecture for modular forms
3. 学会等名 Workshop on p-adic L-functions and algebraic cycles (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 Anticyclotomic Iwasawa main conjecture for modular forms
3. 学会等名 代数的整数論とその周辺2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuto Ota
2. 発表標題 On the Mazur-Tate refined conjecture for modular forms
3. 学会等名 KIAS Number theory seminar 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuto Ota
2. 発表標題 On the anticyclotomic Iwasawa main conjecture for modular forms
3. 学会等名 UK-Japan Winter School 2018 on Number Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 太田和惟
2. 発表標題 On the rank-part of the Mazur-Tate refined conjecture for modular forms
3. 学会等名 日本数学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuto Ota
2. 発表標題 On Iwasawa theory for CM elliptic curves at inert primes
3. 学会等名 UCD Algebra and Number Theory Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
米国	California Institute of Technology		