

令和 5 年 6 月 25 日現在

機関番号：12608

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2022

課題番号：17K17711

研究課題名（和文）二元フーリエ解析による量子力学の持つ非局所性の操作的意味付け

研究課題名（英文）Operational characterization of quantum nonlocality by Boolean Fourier analysis

研究代表者

森 立平（Mori, Ryuhei）

東京工業大学・情報理工学院・助教

研究者番号：60732857

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,700,000円

研究成果の概要（和文）：量子論が持つ非局所性を通信、計算の観点から特徴付けるような研究を実施した。主な研究成果として

- 1) XOR ゲームの勝率と通信複雑度の関係：XOR ゲームの勝率と通信複雑度の関係について考察した。具体的には通信プロトコルから XOR ゲームの戦略を構成する方法を示し、通信複雑度と XOR ゲームの勝率の間に成立する不等式を証明した。
- (2) XOR ゲームに基づいた非適応的測定型量子計算の計算能力：CHSH ゲームに代表される XOR ゲームのプロトコルを分散計算とみなし、任意に与えられた論理関数を計算するための計算能力を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子論の非局所性に関する研究は2022年のノーベル物理学賞にも選ばれた。量子論の非局所性を操作的に意味のある要請から導出することは自然科学としての量子論の礎に関わる非常に重要な研究課題である。本研究では非局所性の強さと古典通信複雑度の間に成立する不等式を導出した。これは非局所性を操作的な視点から理解するという意味で意義がある。また一方で、本研究で研究した非適応的測定型量子計算は定数段の量子回路で記述できるので、近年開発されているノイズが強い量子コンピュータでも実行が比較的容易である。近い将来実現する量子コンピュータで有用な計算をするために意義のある研究だと考えている。

研究成果の概要（英文）：The aim of the research is to characterize the nonlocality of quantum theory in terms of communication and computation. The main results of this research are

- (1) The relationship between the winning probability of XOR games and communication complexity: The relationship between the winning probability of XOR games and communication complexity is considered. Specifically, we showed how to construct strategies for XOR games from communication protocols and proved an inequality between communication complexity and the winning probability of XOR games.
- (2) Computational capability of non-adaptive measurement-based quantum computation based on XOR games: We studied the computational capability to compute arbitrarily given Boolean functions by considering the protocols of XOR games, like the CHSH game, as computations, and show the computational power of the model of quantum computation.

研究分野：量子情報

キーワード：量子非局所性 通信複雑度 XORゲーム

## 1. 研究開始当初の背景

量子論は簡潔な数学によって記述されている一方でその原理は「量子状態はヒルベルト空間の元で…」といったように純粋に数学の言葉で記述される。このような原理は実験結果から直接検証することができないという意味で力学の法則などとは大きく異なる。そのため実験的に確認できるような原理をもってして量子論を特徴付けたいという動機が生まれる。量子論を一般化した「一般確率論」という枠組みが提案され、どのような原理が量子論を特徴付けるのか研究されてきた。

一方で古典論が持たない量子論の性質に非局所性がある。ベルの不等式(CHSH 不等式)の破れという形で極めてシンプルに量子論の持つ非局所性を確認することができる。この非局所性の強さを操作的に意味のある原理から導出することができないだろうか？ というのは基礎的で本質的な問である。2006年に Brassard らは「任意の論理関数について通信複雑度が定数になるということはない」という原理から CHSH 不等式の破れの強さに非自明な上界が得られることを示した。しかし、これは量子論で達成できる Tsirelson 限界よりも大きなものとなっている。Pawlowski らは 2009 年に情報因果律と呼ばれる原理から Tsirelson 言外が導出できることを示した。私は 2016 年に Brassard らの手法の一般化では彼等の結果を改善することができないことを示した。

## 2. 研究の目的

CHSH 不等式に代表されるような量子論の非局所性を操作的な原理で特徴付けることを目的とする。そのために理論計算機科学で用いられる「論理関数のフーリエ解析」の手法が有用であると考えられる。

## 3. 研究の方法

量子論の非局所性を通信と計算の観点から考察する。CHSH ゲームを一般化した XOR ゲームの勝率、通信複雑度、非局所性に基づく計算の能力について理論的に解析する。また、その他にも古典と量子の違いを計算の観点から明らかにする。

## 4. 研究成果

### (1) XOR ゲームの勝率と通信複雑度の関係

XOR ゲームの勝率と通信複雑度の関係について考察した。具体的には通信プロトコルから XOR ゲームの戦略を構成する方法を示し、通信複雑度と XOR ゲームの勝率の間に成立する不等式を証明した。この不等式は 2009 年に Linial と Shraibman によって証明された不等式と同じものであるが、導出の方法はまったく異なる。従来の導出法は数学的なものであったが、本研究の導出は通信プロトコルを XOR ゲームの戦略に翻訳することで得られるので意味がよく理解できるものになっている。

### (2) XOR ゲームに基づいた非適応的測定型量子計算の計算能力

CHSH ゲームに代表される XOR ゲームのプロトコルを計算とみなすことで、任意に与えられた論理関数を計算するための計算能力について研究した。具体的には XOR のみを計算できる計算機と非適応的測定型量子計算の組み合わせ論理関数を計算する際に必要な量子ビット数の上下界を導出した。入力ビット数が  $n$  の論理関数を二体上の多項式とみなした際の次数を  $d$  とすると量子ビット数が  $2^d - 1$  以上必要で  $n^d$  あれば十分であることを示した。定性的には「この量子計算モデルで効率的に計算できる 二体上の多項式とみなした際の次数が低い」という特徴付けを得ることができた。

### (3) グラフ彩色問題に対する量子アルゴリズム

グラフ彩色問題はよく知られた NP 困難な問題の一つである。現在知られている最速の古典アルゴリズムは  $n$  頂点グラフのグラフ彩色問題を解くのに  $2^n$  以上の時間がかかる。本研究ではグラフ彩色問題に対する量子アルゴリズムを開発し、その計算時間が  $1.914^n$  以下であることを示した。これはグラフ彩色問題に対する現在最速の古典アルゴリズムよりも高速であることが厳密に示された初めての量子アルゴリズムである。

### (4) ランダム量子回路の古典シミュレーションの困難性の証明

Google は 2019 年に 53 量子ビットの量子コンピュータを開発した。その上でランダムな量子回路を実行する計算タスクを 200 秒で行い、これが現在最速のスーパーコンピュータを用いても 1 万年かかると主張した。その主張には現在までに様々な反論がなされている。本研究ではランダムな量子回路を実行して測定結果をサンプリングすることは古典計算機でシミュレーションすることが困難であることを証明することを目標としている。実際に得られた結果は「ランダムな量子回路を実行して特定の測定結果が得られる確率をよい精度で近似する計算」が古

典計算機にとって困難であることを計算量的な仮定から証明した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Adam Glos, Martins Kokainis, Ryuhei Mori, Jevgenijs Vihrovs	4. 巻 202
2. 論文標題 Quantum speedups for dynamic programming on n-dimensional lattice graphs	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of Mathematical Foundations of Computer Science	6. 最初と最後の頁 50:1, 50:23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.MFCS.2021.50	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Kondo Yasuhiro, Mori Ryuhei, Movassagh Ramis	4. 巻 -
2. 論文標題 Quantum supremacy and hardness of estimating output probabilities of quantum circuits	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of Foundations of Computer Science	6. 最初と最後の頁 1296, 1307
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/FOCS52979.2021.00126	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Kazuya Shimizu and Ryuhei Mori	4. 巻 12118
2. 論文標題 Exponential-time quantum algorithms for graph coloring problems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of Latin American Theoretical Informatics	6. 最初と最後の頁 387-398
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-61792-9_31	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Ryuhei Mori	4. 巻 19
2. 論文標題 Periodic Fourier representation of Boolean functions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Quantum Information & Computation	6. 最初と最後の頁 0392--0412
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.26421/QIC19.5-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ryuhei Mori	4. 巻 15&16
2. 論文標題 Better protocol for XOR game using communication protocol and nonlocal boxes	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Quantum Information & Computation	6. 最初と最後の頁 1261, 1276
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.26421/QIC17.15-16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shimizu Kazuya, Mori Ryuhei	4. 巻 84
2. 論文標題 Exponential-Time Quantum Algorithms for Graph Coloring Problems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Algorithmica	6. 最初と最後の頁 3603 ~ 3621
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00453-022-00976-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計10件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 中川 毅紀, 森 立平
2. 発表標題 ランダム関数におけるk-XOR問題の量子アルゴリズム
3. 学会等名 冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 近藤 泰大, 森 立平
2. 発表標題 5以上の素数次元におけるマジック状態蒸留プロトコルの等価性の条件
3. 学会等名 量子情報技術研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 清水 一矢, 森 立平
2. 発表標題 グラフ彩色問題の指数時間量子アルゴリズム
3. 学会等名 量子情報技術研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 近藤 泰大, 森 立平
2. 発表標題 ランダム量子回路のより誤差の大きいサンプリング問題の古典的困難性
3. 学会等名 量子情報技術研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 伊藤 凌, 森 立平
2. 発表標題 複数の量子通信路を識別する量子アルゴリズムの失敗確率のより精密な下界
3. 学会等名 冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大頭 拓斗, 森 立平
2. 発表標題 光干渉計を用いた量子位相推定探索アルゴリズム
3. 学会等名 冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 伊藤 凌, 森 立平
2. 発表標題 Tighter lower bounds of the error probability of multiple quantum channel discrimination
3. 学会等名 量子情報技術研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 吉村友成, 森 立平
2. 発表標題 グラフ状態の生成に必要なCZ演算の最小回数の解析
3. 学会等名 量子情報技術研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 吉村友成, 森 立平
2. 発表標題 グラフ状態の生成における最適なクリフォード回路
3. 学会等名 量子情報技術研究会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 隈部壮:, 森 立平
2. 発表標題 グラフ状態の生成とランク幅
3. 学会等名 量子情報技術研究会
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	IBM			
ラトビア	University of Latvia			