

令和 6 年 6 月 12 日現在

機関番号：13901

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2023

課題番号：17K17804

研究課題名(和文)異なる密度を持つ二層流体の自由境界問題の解の存在とその挙動

研究課題名(英文)Existence of solutions of free boundary problems of two-phase fluids and their asymptotic behaviors

研究代表者

寺澤 祐高(Terasawa, Yutaka)

名古屋大学・多元数理科学研究科・准教授

研究者番号：90546160

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：水と油の混合物などの運動を記述する、二層流体問題における、拡散界面モデルの解の存在および拡散界面モデルの二つのモデルの間の解の関係を調べた。拡散界面モデルは、二つの流体が混じり合う、薄い領域があるようなモデルである。方程式としては、ナビエ・ストークス方程式とカーン・ヒリアード方程式の連立系となっている。本研究では、連立系の一部であるカーン・ヒリアード方程式が、積分作用素として表される非局所的な作用素を伴う場合に、解の存在を調べた。また、ある非局所ナビエ・ストークス・カーン・ヒリアード方程式の解と古典的なナビエ・ストークス・カーン・ヒリアード方程式の解の間の関係を調べた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

二層流体モデルは、水と油などの混合物の状態及び運動を説明する極めて重要なモデルである。その中でも拡散界面モデルは、流体塊がちぎれたり、くっついたりする場合の状況を記述できると期待され、工学的なシミュレーションの観点でもその有用性が高い。拡散界面モデルの非局所モデルという最近注目されている基本的なモデルについて、解の存在について調べ、また、非局所モデルの解と古典的な局所モデルの解の関係を調べた本研究は、拡散界面モデルの研究に一定の意義を有し、今後の研究の礎となると考えられる。

研究成果の概要(英文)：We investigated the existence of solutions for a two-phase fluid problem which describes behavior of a mixture of two fluids such as water and oil and relations of solutions for two kinds of such models. Diffuse interface model is a model where there is a thin mixed region of two fluids. The equations are described as a coupled system of the Navier-Stokes equations and the Cahn-Hilliard equations. We investigated the existence of solutions in a case where the Cahn-Hilliard equations in the system has a nonlocal operator represented by some integral operator. We also investigated the relation between the solutions of nonlocal and local Navier-Stokes-Cahn-Hilliard equations.

研究分野：流体力学の基礎方程式の解析

キーワード：二層流体 拡散界面モデル ナビエ・ストークス方程式 カーン・ヒリアード方程式 非局所作用素
局所漸近 弱解 エネルギー不等式

1. 研究開始当初の背景

非圧縮粘性流体の運動を記述する方程式として、ナビエ・ストークス方程式が広く知られている。ナビエ・ストークス方程式は、3次元では解の存在、正則性などに関する未解決問題が存在することが広く知られているが、定常解の存在、安定性などについて、深い研究があり、流体现象について様々な知見をもたらす方程式であると言える。一方、水と油などの二種類の流体の運動を記述するには、単独のナビエ・ストークス方程式では不十分で、二種類の流体の間の界面が自由境界であり、界面が表面張力を伴うようなモデルで記述されることが多い。そのモデルは、二層流体問題の鋭界面モデルと言われるが、もう一つのモデルとして、二層流体問題の拡散界面モデルがある。拡散界面モデルは、二種類の流体が混じり合っている領域である界面が一定の幅を持っているモデルで、鋭界面モデルは、界面の幅を小さくした極限として得られることが知られている。鋭界面モデルの研究としては、Solonnikov, Denisova, Pruess, Simonett, 柴田良弘、清水扇丈らの研究を代表的研究としてあげることができる。一方、拡散界面モデルでは、Abels, Grasselli, Gal, Frigeriらの研究を代表的な研究としてあげることができる。拡散界面モデルには、二つの流体が同じ密度を持つ場合のモデルがあり、それはHohenberg-Halperin(77) (以下、モデルHと呼ぶ)によって見出された。二つの流体の密度が異なる場合は、Lowengrub-Truskinovsky(98)によって流体の平均速度場がソレノイダルとならないモデルが考えられ、Ding-Spelt-Shu(07)によって速度場がソレノイダルとなるモデルが考えられた。しかし、Ding-Spelt-Shuのモデルは熱力学的整合性を満たしていないため、熱力学的整合性を持ったモデルがAbel-Garcke-Gruen(11)によって提出され(以下、AGGモデルと呼ぶ)、その弱解の存在がAbels-Depner-Garcke(12)によって示された。AGGモデルは、ナビエ・ストークス方程式とカーン・ヒリアード方程式を連立したモデルとなっている。

カーン・ヒリアード方程式は、もともとは、二層合金の相分離を記述する方程式として、1958年にカーンとヒリアードによって導入された。本方程式は、二元合金が十分に冷やされたときに、まず最初にスピノーダル分解として知られる核形成が行われることで、均質な二元合金が非均質化し、非常に細かく分散した微細構造が現れ、その次に、より遅い時間スケールで、その微細構造が粗大化していく現象を記述することができる。現在では、上記の二層流体の拡散界面モデルの例のように、相分離に関わる幅広い現象の記述に用いられている。非局所カーン・ヒリアード方程式は、化学ポテンシャルのところに現れるラプラシアン項が、非局所的な作用素で置き換えられた場合である。関数にラプラシアンを作用させて得られる関数は、もとの関数の局所的情報のみで決まるという意味で局所的であるが、関数に非局所作用素を作用させて得られる関数は、もとの関数の大域的な情報で決まるという意味で、非局所的と言われる。非局所カーン・ヒリアード方程式は、Giacomin-Lebowitz(97)により、相互作用ポテンシャルとして、長距離ポテンシャルを伴う格子ガスの流体力学極限として導入された。二層流体においても、同様の状況の場合に、非局所カーン・ヒリアード方程式とナビエ・ストークス方程式を連立させたモデルを考えることができる。

このような状況において、非局所自由エネルギーを持つモデルHの研究は、Grasselli, Galなどによって行われていたが、非局所自由エネルギーを持つAGGモデルの研究は、Frigeri(16)の研究を除いて行われていなかった。また、非局所自由エネルギーを持つモデルと局所自由エネルギーを持つモデルの関係も、十分にわかっている状況ではなかった。

2. 研究の目的

そのような状況において、本課題においては、非局所自由エネルギーを持つ、二層流体問題の拡散界面モデル、特にAGGモデルについて、解の存在、滑らかさ、時間無限大での挙動などを調べることを目標とした。具体的には、次の成果を得ることを目標とした。

(1) 非局所カーン・ヒリアード方程式は、通常のカーン・ヒリアード方程式の化学ポテンシャルにおけるラプラシアン項が、非局所的な作用素になっている場合である。それには、非局所的な作用素の積分核が可積分であるような場合と、可積分性を持っていない場合とがある。積分核が可積分であるような場合は、Bates-Han(04)やGrasselli-Gal(13)による解の存在、漸近挙動に関する結果があった。一方、分数べきのラプラシアンに類似の性質を持つ、領域ラプラシアンの場合は、その積分核は、可積分ではなく、それに伴うカーンヒリアード方程式の解の存在、正則性の研究は、Abels-Bosia-Grasselli(15)までなかった。そこで本研究では、領域ラプラシアンを伴うカーン・ヒリアード方程式と、ナビエ・ストークス方程式を連立させたAGG型モデルについて、弱解の存在を調べることを目的とした。

(2) 当初、上記の目的(1)で得た、非局所 AGG モデルの解について、解の滑らかさ、時間無限大での漸近挙動を得ることを目的とした。その後、同研究が予定通り進展しなかったことも一因となり、非局所 AGG モデルの解と局所 AGG モデルの解の間の関係を調べることに目標を変更した。

3. 研究の方法

(1) 当該の方程式に対して、適切な近似方程式を考え、その解の存在を示す。近似方程式としては、数値計算でよく用いられている、時間における陰的差分近似が候補として考えられるが、モデルの自由エネルギーが非局所項を含んでいるため、方程式の解の存在を言うためには、平滑化の項をさらに付け加える必要があると考えた。また、解の存在を示す手法として、密度が等しくない二層流体のモデルで自由エネルギーとして局所項を持つ方程式 (AGG モデル) の解の存在を示した論文 Abels-Depner-Garcke(12)の手法が参考になると考えた。また、非局所カーン・ヒリアードで、化学ポテンシャルに領域ラプラシアンを含むモデルを扱った、Abels-Bosia-Grasselli (15)の手法も参考になると考えた。陰的差分近似に対して、解の存在を示すためには、極大単調作用素の理論およびルレイ・シャウダーの理論を用いる必要があると予想した。

(2) 当初、単独の非局所カーン・ヒリアード方程式に対して、解が境界でどのような正則性を持ち、どのような境界条件を各点で満たしているかを調べることを目標としていたが、目立った進展は得られなかった。また、解の時間無限大での挙動についても、特に進展は得られなかった。一方、Davoli-Scarpa-Trussardi(21)などにおいて、非局所カーン・ヒリアード方程式の解が局所カーン・ヒリアード方程式の解に、適切なパラメーター極限において、適切な位相で近づくという結果が得られていたため、そのタイプの結果をナビエ・ストークス方程式と連立した系である AGG 型モデルにおいても示すこととした。そのためには、前記の Davoli-Scarpa-Trussardi の結果および、その論文で重要な役割を果たした Bourgain-Brezis-Mironescu(01)や Ponce(04)の結果について、理解を深める必要があると考え、それらの結果について、十分な情報収集を行なった。

4. 研究成果

(1) 2020年に、報告者は Helmut Abels との共同研究により、AGG モデルのカーン・ヒリアード方程式のラプラシアンの部分を領域ラプラシアンに置き換えたモデルの方程式系について、弱解の存在を得た。(Abels-T.: Math. Methods Appl. Sci., 20) 本方程式系の弱解は、秩序指数の一階微分が二乗可積分ではないので、弱形式において、一回微分が出現するのを避ける必要があるが、速度場がソレノイダルであることを利用して、それを達成した。また、秩序指数の滑らかさが少ないことから、秩序指数に軟化作用素を作用させ、さらに方程式系の陰的時間差分近似において、ラプラシアンの項を追加するなどして、近似方程式が解けるようにするなどの工夫が必要であった。当初の研究計画の段階では、近似方程式において、秩序指数に軟化作用素を作用させる必要があるとは考えていなかった。カーンヒリアード方程式の非線形項の収束に関しては、Abels-Bosia-Grasselli (15)に用いられている議論を使ったが、本論文では同論文と違い、時空間の領域において、直接各点収束を示した。

(2) 2022年には、Helmut Abels との共同研究において、(1)で扱った非局所ナビエ・ストークス・カーン・ヒリアード方程式とは異なる非局所モデルにおいて、非局所作用素が局所作用素であるラプラシアンに然るべき意味で収束するとき、対応する弱解も然るべき意味で収束するという結果を示した。(Abels-T.: Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. S, 22) これは、弱解の局所漸近の結果と呼ばれる。収束を取り扱ったモデルは、非局所項が可積分な積分核をもっているモデルで、Frigeri (16)によって弱解の存在が取り扱われていたモデルである。本結果を示す際に重要な役割を果たしたのは、Davoli-Scarpa-Trussardi (21)や Ponce(04)によって得られていた、非局所ポアンカレ不等式に関わるコンパクト性の結果である。この他には、Abels-Depner-Garcke(13)で用いられた、密度が定数でない非圧縮性流体の近似方程式の解の速度場の強収束を示す手法を活用した。本研究で想定外であったのは、非局所ナビエ・ストークス方程式の段階では、強エネルギー不等式という強い形のエネルギー不等式が示されていたにもかかわらず、それらの極限をとった形で得られる解が強エネルギー不等式を満たすかどうかはわからないという点であった。その解決については、今後の課題とする。

(3) 本研究課題の直接の目標ではなかったが、関連する研究課題として、報告者は、小園英雄氏(早稲田大学・東北大学)、若杉勇太氏(広島大学)との共同研究で、定常ナビエ・ストークス方程式の定常解に関するリュール型定理に関する研究も行ってきた。定常ナビエ・ストークス方程式におけるリュール型定理に関する大きな未解決問題は、全空間における外力

がない場合の定常ナビエ・ストークス方程式のエネルギー有限かつ無限遠方でゼロに収束する解は自明解に限るかという問題である。本問題に関しては、適切な p 乗可積分性などの条件を課した上で、解が自明解に限るか、などを調べる研究が行われている。Galdi (95)の研究に始まり、Chae-Wolf(16), Seregin(16)の改良がよく知られているが、Kozono-Wakasugi-T. (17)においても、一つの改良が得られており、その後、Tsai (21)など数々の論文で引用されている。その後、それに関連して、速度場の微分が p 乗可積分 ($2 < p < \infty$) という条件のもとで、二次元外部領域のナビエ・ストークス方程式の定常解に対して、各点での減衰を導くことに成功した。それによって、対応するリュービル型定理をえることができる。(Kozono-Wakasugi-T.: Indiana Univ. Math. J., 22) 三次元の円筒の外側の領域においても、渦なし条件のもとで、同様の結果を示している。(Kozono-Wakasugi-T.: J. Differential Equations, 22)) この他にも、いくつかの関連する結果を得ている。最近では、同一軸を持つ二つの回転円筒に挟まれている領域における、Taylor-Couette-Poiseuille 流に対するリュービル型定理を得た。(Kozono-Wakasugi-T.: J. Fluid Mech., to appear) 本結果は、Bang-Gui-Wang-Xie(22)による平行平板領域内の Poiseuille 流に対するリュービル型定理を、二つの回転円筒に挟まれている領域に拡張したものとなっている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa and Yuta Wakasugi	4. 巻 --
2. 論文標題 Liouville-type theorems for the Taylor-Couette-Poiseuille flow of the stationary Navier-Stokes equations	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 to appear in J. Fluid Mech.	6. 最初と最後の頁 --
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Helmut Abels and Yutaka Terasawa	4. 巻 15
2. 論文標題 Convergence of a nonlocal to a local diffuse interface model for two-phase flow with unmatched densities	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. S	6. 最初と最後の頁 1871--1881
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/dcdss.2022117	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa and Yuta Wakasugi	4. 巻 71
2. 論文標題 Asymptotic properties of steady and nonsteady solutions to the 2D Navier-Stokes equations with finite generalized Dirichlet integral	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Indiana Univ. Math. J.	6. 最初と最後の頁 1299--1316
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1512/iumj.2022.71.8978	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa, Yuta Wakasugi	4. 巻 282
2. 論文標題 Asymptotic properties of steady solutions to the 3D axisymmetric Navier-Stokes equations with no swirl	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 21pp.
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jfa.2021.109289	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa and Yuta Wakasugi	4. 巻 -
2. 論文標題 Asymptotic behavior of solutions to elliptic and parabolic equations with unbounded coefficients of the second order in unbounded domains	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-020-02032-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Helmut Abels, Yutaka Terasawa	4. 巻 Volume 43, Issue 6
2. 論文標題 Weak solutions for a diffuse interface model for two phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematical Methods in the Applied Sciences	6. 最初と最後の頁 3200 - 3219
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mma.6111	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa and Yuta Wakasugi	4. 巻 265
2. 論文標題 Finite energy of generalized suitable weak solutions to the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems in two dimensional domains	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1227 ~ 1247
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.03.027	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 H. Kozono, Y. Wakasugi, Y. Terasawa	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Finite energy of generalized suitable weak solutions to the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems in two dimensional domains	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.03.027	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計24件(うち招待講演 17件/うち国際学会 14件)

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Liouville-type theorems for the Taylor-Couette flow of the stationary Navier-Stokes equations
3. 学会等名 HMAセミナー・冬の研究会(招待講演)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Convergence of a Nonlocal to Local Diffuse Interface Model for Two-phase Flows with Unmatched Densities
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「発展方程式とその周辺--エネルギー構造と解の定量的解析--」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Liouville-type theorems for the Taylor-Couette flow of the stationary Navier-Stokes equations
3. 学会等名 The 10th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Convergence of a Nonlocal to Local Diffuse Interface Model for Two-phase Flows with Unmatched Densities
3. 学会等名 The 9th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 寺澤祐高
2. 発表標題 二層流体の非局所拡散界面モデルの弱解の存在及びその局所漸近
3. 学会等名 日本数学会 2022年度秋季総合分科会函数方程式論分科会特別講演 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Convergence of a Nonlocal to a Local Diffuse Interface Model for Two-Phase Flow with Unmatched Densities
3. 学会等名 Analysis Seminar, Ljubljana University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Asymptotic properties of steady solutions to the 3D axisymmetric Navier-Stokes equations with no swirl
3. 学会等名 The 8th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications (The 20th International Conference, Graduate School of Mathematics, Nagoya University) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Weak solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 第20回非線形発展方程式セミナー at KUE (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Convergence of a Nonlocal to a Local Diffuse Interface Model for Two-Phase Flow with Unmatched Densities
3. 学会等名 第37回調和解析セミナー
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Weak solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 SPRING 2021 Nonlinear Analysis Seminar Series, OIST (online on Zoom) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hideo Kozono, Yuta Wakasugi, Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Asymptotic properties of steady solutions to the 2D Navier-Stokes equations with finite generalized Dirichlet energy
3. 学会等名 7th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications, Chung-Ang University, Seoul, Korea (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Helmut Abels, Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Weak solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 Harmonic Analysis workshop in Seoul, Seoul National University, 2020年2月 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Helmut Abels, Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Weak Solutions for a Diffuse Interface Model for Two-Phase Flows of Incompressible Fluids with Different Densities and Nonlocal Free Energies
3. 学会等名 非線形解析セミナー、慶應義塾大学 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Helmut Abels and Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Weak Solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 International Conference on Harmonic Analysis and Applications, Yanqi Lake, Beijing (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Helmut Abels and Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Weak Solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 The 6th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications, Osaka University, Toyonaka (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Helmut Abels and Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Weak Solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 Mathematical Analysis of Viscous Incompressible Fluids, RIMS, Kyoto (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Helmut Abels and Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Existence of weak solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 第二十回北東数学解析研究会 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Helmut Abels and Yutaka Terasawa
2. 発表標題 Existence of weak solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities and nonlocal free energies
3. 学会等名 日本数学会年会, 東京工業大学
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小園英雄, 寺澤祐高, 若杉勇太
2. 発表標題 Asymptotic properties of steady solutions to the 2D Navier-Stokes equations with Finite Generalized Dirichlet Integral
3. 学会等名 日本数学会年会, 東京工業大学
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa, Yuta Wakasugi
2. 発表標題 Finite energy of generalized suitable weak solutions to the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems in two dimensional domains
3. 学会等名 5th East Asian Conference in Harmonic Analysis and its Applications, Zhejiang, China (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa, Yuta Wakasugi
2. 発表標題 Finite energy of generalized suitable weak solutions to the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems in two dimensional domains
3. 学会等名 Harmonic Analysis and its applications in Tokyo 2017, Tokyo, Japan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa, Yuta Wakasugi
2. 発表標題 Finite energy of generalized suitable weak solutions to the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems in two dimensional domains
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会, 山形大学
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa, Yuta Wakasugi
2. 発表標題 A remark on Liouville-type theorem for the nonstationary Navier-Stokes equations in two dimensional domains
3. 学会等名 日本数学会年会, 東京大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yutaka Terasawa
2. 発表標題 M. T. Lacey著 "An elementary proof of A_2 bound", Israel J. Math. 217 (2017), no.1, p.181-p.195の紹介
3. 学会等名 Sparse bound 勉強会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

researchmapの個人ページ
https://researchmap.jp/yutaka_t

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計3件

国際研究集会 RIMS共同研究(公開型)「調和解析と非線形偏微分方程式」	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 The 8th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications	開催年 2021年～2021年
国際研究集会 RIMS共同研究(公開型)「調和解析と非線形偏微分方程式」	開催年 2023年～2023年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ドイツ	レーゲンスブルク大学			
韓国	ソウル国立大学			
中国	台湾師範大学			
スロベニア	リュブリャナ大学			