様　式　C－１９、F－１９－１、Z－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　５年　６月２５日現在

機関番号：３２６８２
研究種目：挑戦的研究（萌芽）
研究期間：2017～2022
課題番号：１７Ｋ１８７３２

研究課題名（和文）バイドメインモデルの数理構造の解明

研究課題名（英文）Investigation of the mathematical structure of bidomain models

研究代表者
保野　博（Matano, Hiroshi）

明治大学・研究・知財戦略機構（中野）・特任教授

研究者番号：４０１２６１６５

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　4,800,000円

研究成果の概要（和文）：バイドメインモデルは心臓電気生理学できわめて重要な数理モデルであるが，その定性的な性質については未解明の部分が多い．本研究では，空間2次元バイドメインAllen-Cahn方程式の平面波の非線形安定性に関する一般論を確立するとともに，バイドメイン作用素に対して最大値原理が成り立つかどうかという未解決問題を解決した．また，平坦な波面が不安定化した際にキザギザのパターンが生じるメカニズムについて理論と数値シミュレーションによる詳しい分析を行った．さらにバイドメインFitzHugh-Nagumo方程式の平坦なパルス波が不安定化した際の挙動に幾つかの異なるパターンが存在することを示した．

研究成果の学術的意義や社会的意義
バイドメインモデルは心臓電気生理学で極めて重要であるが，その定性的性質は長らく未解明であった．これに突破口を開いたのが，我々が2016年に発表したバイドメインAllen-Cahn方程式の平面波の線形安定性に関する論文である．今回の研究は，これをさらに発展させて，理論的解析と数値シミュレーションを併用して未知の部分の多いバイドメインモデルの特性にさまざまな角度から光をあてたものである．バイドメインモデルの定性的性質の研究は，最近始まったばかりであり，いまだ解決すべき問題は数多く残っているが，我々が得た知見が，将来的には不整脈等の理解など，医学生理学分野の研究に資する可能性があると考える．

研究成果の概要（英文）：Bidomain models are very important mathematical models in cardiac electrophysiology. However, it is very difficult to analyze bidomain models mathematically, therefore not much was known about the qualitative properties of solutions such as stability. In the present research, we studied the bidomain Allen-Cahn equation and established a general theory on the nonlinear stability of planar waves, and solved the open problem concerning whether or not the maximum principle holds for the bidomain operator. We also studied the sawtooth zigzag patterns that typically appear when a planar front destabilizes and, by a combination of theoretical and numerical methods, we shed light on the mechanism that produces those sawtooth patterns. Furthermore, by using numerical simulations, we studiend the behavior of pulse waves in the bidomain FitzHugh-Nagumo equation and showed that there are different types of behaviors when the flat pulse waves become unstable.

研究分野：非線形解析学

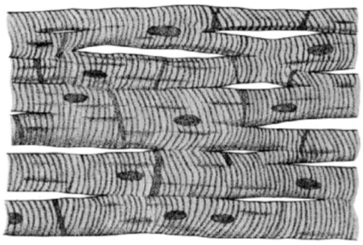
キーワード：バイドメインモデル　非線形問題　進行波　安定性　定性的理論　擬微分方程式　数値シミュレーション　フランク図形

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

(1) バイドメインモデルとは

心臓の拍動は神経組織と類似の活動電位が心筋組織（右図）を伝播することで制御されており，その異常により不整脈が生じる．したがって心臓の電気生理の研究は，基礎生理学的な観点のみならず医学的にも最重要課題であり，実験，理論の両面から精力的な研究が続けられている．バイドメインモデル（bidomain model）は，こうした心臓の電気生理を記述する最も標準的な数理モデルであり，医学や心臓生理学の分野に広く応用されている．



Guyton and Hall, 1996, Fig. 9-2, p.108

個々の細胞の細胞膜における細胞内電位と細胞外電位の差を膜電位と呼ぶ．この膜電位が細胞の興奮によって経時的に変化するとき，これを活動電位と呼ぶ．ある場所で細胞が興奮して活動電位が生じると，それが周囲に伝播して興奮の連鎖が起きる．神経細胞における情報伝達はこのような形で行われるが，多数の心筋細胞で構成される心筋組織においても，同様の仕組みで活動電位が組織内を伝播する．バイドメインモデルは，心筋組織における活動電位のダイナミクスを記述する方程式であり，ある種の離散モデルの均質化極限として得られる．例えばバイドメイン Hodgkin-Huxley 方程式やバイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式は，一般に右の形に表される．ここでu_i, u_eは，それぞれ均質化された細胞内電位と細胞外電位を表し，A_i, A_eは細胞内外の電気伝導度テンソルを表す正定値 2 次対称行列，$u = u_i - u_e$は均質化された膜電位である．

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - f(u,w) = \nabla \cdot (A_i \nabla u_i) = -\nabla \cdot (A_e \nabla u_e) \\ \dfrac{\partial w}{\partial t} = g(u,w) \end{cases}$$

詳細は省くが，フーリエ変換を用いて式変形すると，この方程式はu_i, u_eを陽に含まない次の形に帰着できる．ここで$\mathcal{L}$はバイドメイン作用素と呼ばれる 2 階の擬微分作用素である．バイドメイン作用素が非局所的な作用素であることが，バイドメインモデルの解析を難しくしている．

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\mathcal{L}u + f(u,w), \quad \frac{\partial w}{\partial t} = g(u,w)$$

(2) 2016 年以前の研究動向

バイドメインモデルは 1978 年に L.Tung によって導入された．その後 C.S.Henriquez によるバイドメインモデルの数値シミュレーション（1993 年）をはじめ，少しずつ研究が進み，2000 年代に入ってから，Colli Franzone を中心とするイタリアのグループによる離散モデルの均質化極限としてバイドメインモデルを厳密に導出する試みや，イタリアやフランスのグループによる方程式の適切性（初期値を与えたときの時間局所解の存在と一意性）の証明など，さまざまな角度から精力的に研究が行われた．しかしながら，解の安定性や漸近挙動など方程式の定性的性質についての研究は，解析の難しさから全く行われていなかった．

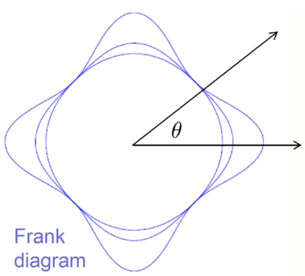
(3) 2016 年の研究代表者らの成果

これに突破口を開いたのが，研究協力者の森洋一朗氏と共同で発表した次の論文である．

Y.Mori and H.Matano “Stability of front solutions of the bidomain equation”, Comm. Pure Appl. Math. **69** (2016), 2364—2426.　doi: 10.1002/cpa.21634

この論文では，バイドメイン Allen-Cahn 方程式と呼ばれる右の形の方程式を扱った．ここで$f(u)$は，$u = 0,1$を 2 つの安定零点とする双安定型非線形項である．これは，前述のバイドメイン Hodgkin-Huxley 方程式やバイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式における 2 番目の変数wを定数と置いて得られる方程式である．バイドメイン作用素$-\mathcal{L}$をラプラシアンΔで置き換えれば，古典的な Allen-Cahn 型反応拡散方程式$u_t = \Delta u + f(u)$に帰着する．上の論文では，バイドメイン Allen-Cahn 方程式を平面$\mathbb{R}^2$上で考えた．このとき，あらゆる方向に対し，その方向に進む平面波が存在するが，方程式の異方性のため，進行速度は方向に依存する．方程式の異方性の強さを表す一つの指標がフランク図形（Frank diagram）である．右図は，3 種類の係数に対するバイドメイン Allen-Cahn 方程式のフランク図形を表す．異方性が全くなければフランク図形は円であるが，異方性が強くなるに従って変形が大きくなる．上の論文では，θ方向に進む平面波の長波長摂動に対する線形安定性が，その方向のフランク図形の凹凸で完全に決まることを証明した．すなわち，原点から発したθ方向の半直線とフランク図形の境界が交わる点でフランク図形が外向きに凸であれば，その方向に進む平面波は長波長摂動に対して線形安定であり，凹であれば線形不安定である．フランク図形の形状から安定性が決まるという事実は，それまで誰も予想しなかった結果であり，我々の論文は，バイドメインモデルの定性的理論の研究に最初の突破口を開いたといえる．

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\mathcal{L}u + f(u)$$



２．研究の目的

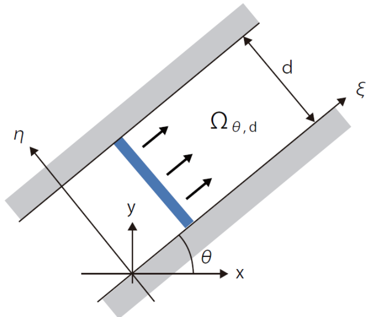
前述の 2016 年の論文は画期的な成果であったが，これはあくまで線形化スペクトル安定性に関する結果である．バイドメインモデルは非線形方程式であるから，平面波が安定か不安定かを正確に論じるには，方程式の非線形ダイナミクスから定まる非線形安定性を調べる必要がある．そこで本研究では，まず以前の研究を深化させる観点から，バイドメイン Allen-Cahn 方程式の平面波の非線形安定性の解析を第一の重点目標と位置づけた．

また，バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式やバイドメイン Hodgkin-Huxley 方程式についても，可能な範囲で解析を行うことをめざした．本研究の目的を以下に列挙する．

(1) バイドメイン Allen-Cahn 方程式の平面波の非線形安定性の解析
(2) 平面波の不安定化に伴う分岐現象の解析
(3) 平面波が不安定化した際に生じるギザギザ波面の生成メカニズムの研究
(4) 平面 $\mathbb{R}^2$ 上でコンパクトな台をもつ初期値から出発した解の広がり波面の形状の研究
(5) バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式のパスル波の挙動の研究

３． 研究の方法

(1) バイドメイン Allen-Cahn 方程式の平面波の非線形安定性

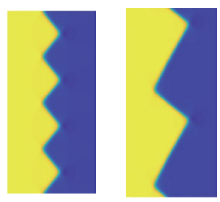


本研究では，バイドメイン Allen-Cahn 方程式をx軸とθの角度をなす無限帯状領域 $\Omega_{\theta,d}$（右図）の上で考え，角度θの方向に進む平面波の非線形安定性がθや領域の幅dにどう依存するかを調べた．境界には周期境界条件を課した．検討の結果，バイドメイン作用素$-\mathcal{L}$ が生成する作用素半群$e^{-t\mathcal{L}}$ が $\Omega_{\theta,d}$ 上の有界一様連続関数の空間の上で解析的半群になることがわかり，安定性の議論をうまく進めることができた．

(2) 平面波の不安定化に伴う分岐現象の解析

無限帯状領域 $\Omega_{\theta,d}$ 上の平面波（平坦な波面をもつ進行波）は，領域の幅 d が小さいと必ず安定であることが(1)の研究でわかったが，幅 d を次第に大きくしていくと，θの値によっては平面波が不安定化することがある．このとき，ノコギリの歯状をした波面が現れるが，これを分岐現象と捉えることができるか考えた．「成果」の欄で後述するが，このような分岐解の存在を示唆する数値シミュレーションの結果が 2022 年の論文で得られており，それを理論的に裏付ける分岐解析は，投稿準備中の論文に詳述する予定である．

(3) 平面波が不安定化した際に生じるギザギザ波面の生成メカニズムの研究



平坦な波面をもつ平面波が不安定化すると，ノコギリの歯状のギザギザの波面が現れる．このギザギザの形は，進行方向 θ によって異なることが観察されている（右図）．我々はこのギザギザの形状を生み出すメカニズムにフランク図形が重要な役割を演じていると予想し，その予想の正しさを検証する数多くの数値シミュレーションを行った．

(4) 平面 $\mathbb{R}^2$ 上でコンパクトな台をもつ初期値から出発した解の広がり波面の形状の研究

非等方なエネルギーをもつ結晶成長や，非等方的な反応拡散方程式においては，コンパクトな台をもつ初期値から出発した解の波面の全体形状が，次第にウルフ図形（Wulff shape）と呼ばれる形に近づいていくことが知られている．ウルフ図形とは，フランク図形の双対凸図形である．平面 $\mathbb{R}^2$ 上のバイドメイン Allen-Cahn 方程式においても，解の波面が遠方に広がる過程で全体形状が次第にウルフ図形に近づくかどうかを数多くの数値シミュレーションを行って調べた．

(5) バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式のパスル波の挙動の研究

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} = -\mathcal{L}u + f(u,w), \quad \frac{\partial w}{\partial t} = g(u,w)}$$

バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式は，右の形に表される．ここで w はスカラーの変数である．この方程式は，バイドメイン Hodgkin-Huxley 方程式の簡略版とみなすことができる．これに対し，古典的 FitzHugh-Nagumo 方程式は $-\mathcal{L}$ をラプラシアン Δ で置き換えて得られる拡散をベースにした方程式であり，細胞内電位と細胞外電位を区別しないので，モノドメインモデルとも呼ばれる．心筋組織内の活動電位の数値シミュレーションは，本来バイドメインモデルで行うことが望ましいが，バイドメインの計算が複雑だという理由で，古典的 FitzHugh-Nagumo モデルで代用したシミュレーションがしばしば行われている．こうした代用の妥当性について，これまで系統だった検証は行われてこなかった．本研究では，バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式の帯状パルス波の挙動を数値シミュレーションで詳しく調べた．

４．研究成果

以下では 2022 年と 2023 年に掲載された２つの論文の成果を説明する．2023 年の論文では純粋に解析学的な手法を用いてバイドメインモデルの一般的な性質を理論的に考察した．一方，2022 年の論文では，新たに開発した高精度の数値計算手法を用いて数多くの数値シミュレーションを行い，バイドメインモデルの定性的性質に関するさまざまな予想を多角的に検証した．

(A) バイドメイン Allen-Cahn 方程式の平面波の非線形安定性の解析（2023 年の論文）

「研究の方法」の欄で述べたように，バイドメイン Allen-Cahn 方程式をx軸とθの角度をなす幅 d の無限帯状領域 $\Omega_{\theta,d}$ の上で考え，平面波，すなわち平坦な波面をもつ進行波の非線形安定性を考察した．方程式の形を詳しく述べる．バイドメイン Allen-Cahn 方程式は，右の形で与えられる．ここで $f(u)$ は 0, 1 を安定零点とする双安定型非線形項，A_i, A_e は細胞内外の電気伝導度テンソルを表す正定値 2 次対称行列である．本研究では心筋細胞の特性をある程度考慮して右の行列を考えた．ここで a, b は，$|a \pm b| < 1$ をみたす正定数である．この方程式はバイドメイン作用素を用いると $u_t = -\mathcal{L}u + f(u)$ という形に表される．この場合，フランク図形の境界は極座標で $r = \sqrt{2}/\sqrt{1-(b+a\cos 2\theta)^2}$ という式で表される．今回の研究（2023 年掲載の論文）で得られた結果は次の通りである．

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} - f(u) = \nabla\cdot(A_i\nabla u_i) = -\nabla\cdot(A_e\nabla u_e)}$$

$$A_i = \begin{pmatrix} 1+b+a & 0 \\ 0 & 1+b-a \end{pmatrix},\quad A_e = \begin{pmatrix} 1-b-a & 0 \\ 0 & 1-b+a \end{pmatrix}$$

(i) 平面 $\mathbb{R}^2$ 上を θ 方向に進む平面波が<u>線形安定</u>であれば，$\Omega_{\theta,d}$ 上の平面波は，幅d の値によらず漸近安定（stable with asymptotic phase）である．

(ii) 平面 $\mathbb{R}^2$ 上を θ 方向に進む平面波が<u>線形不安定</u>であれば，$\Omega_{\theta,d}$ 上の平面波は，幅d が十分大きいとき不安定である．

(iii) $\Omega_{\theta,d}$ 上の平面波は，幅d が十分小さければ，θ の値によらず漸近安定である．

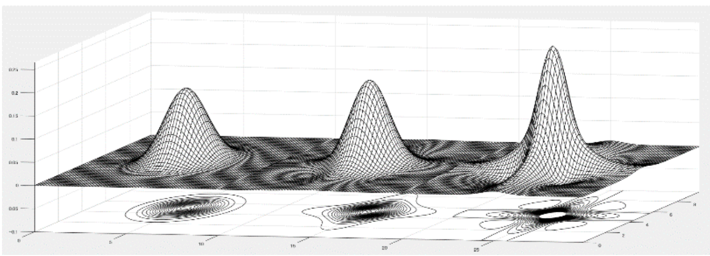
はじめに述べたように，2016 年の我々の結果により，波面の進行方向θがフランク図形の凹の向きであれば，$\mathbb{R}^2$ 上の平面波は線形不安定なので，上の(ii)の結果により，帯状領域の幅が広いと平面波が不安定にあることがわかる．これにより，領域の幅 d を分岐パラメータとする分岐問題を考えることができる．この分岐問題については，後述の 2022 年発表の論文で数値シミュレーションによる考察を行った．分岐現象の理論的研究も行っており，現在完成に近づいている．

(B) バイドメイン方程式の基本解の正値性に関する研究（2023 年の論文）

線形バイドメイン方程式 $u_t = -\mathcal{L}u$ の基本解とは，δ 関数を初期値とする解のことである．よく知られているように，熱方程式 $u_t = \Delta u$ の基本解である熱核は正値性を有する，すなわち各時刻において空間全体で正の値をとる．そしてこのことと，ラプラシアンに対して最大値原理が成り立つことが密接に関連している．同様に，線形バイドメイン方程式の基本解が正値性を有するかどうかは，バイドメインモデルの特性に関わる重要な問題である．もし行列 A_i, A_e の間に $A_i = \alpha A_e$（α はスカラー）という関係式が成り立てば，方程式は通常の拡散方程式に帰着するので，基本解が正値性を有するのは明らかである．しかし一般の場合については，長らく未解決であったが，今回の研究（2023 年掲載の論文）によって次の事実を示すことができた．

線形バイドメイン方程式 $u_t = -\mathcal{L}u$ の基本解が正値性を有するのは，適当なスカラー α に対して$A_i = \alpha A_e$ という関係式が成り立つ場合に限る．

右図は，3 種類の係数に対する基本解のグラフである．左端は通常の熱核であり，基本解は正値性を有するが，中央と右端の場合は，基本解に負の部分が現れる．

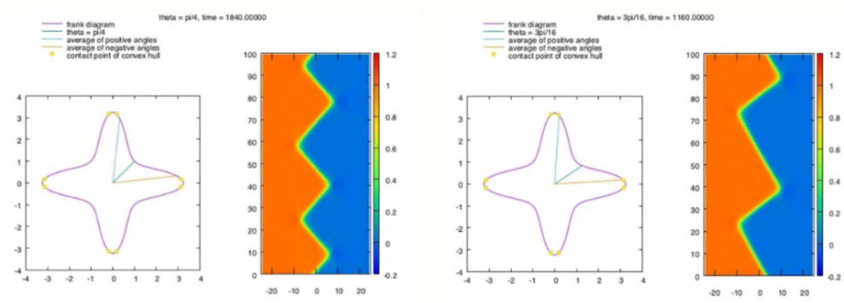


$a = b = 0$　　$a = 0.5,\ b = 0$　　$a = 0.8,\ b = 0$

バイドメイン作用素の基本解が正値性を有しないことは心臓電気生理学における電位の測定実験から経験的に知られていたが，その事実からどんな定性的帰結が得られるのか何もわかっていなかった．今回の研究は，これまで実験を通して経験的に知られていた事実を理論的に裏付けただけでなく，正値性を有しないことからどんな定性的帰結が得られるかという重要な問いに光を当てるものである．

(C) 平面波が不安定化した際に生じるギザギザ波面の生成メカニズム（2022 年の論文）

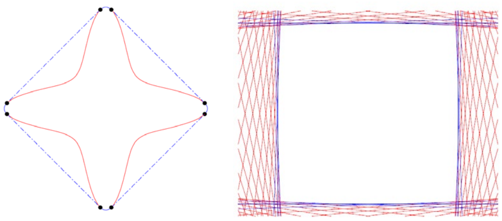
「研究方法」の欄で述べたように，平面波が不安定であれば平坦な波面が崩れてノコギリの歯状のパターンが現れる．このギザギザの角度は平面波の進行方向 θ に依存するが，どのような仕組みで角度が決まるのか当初不明であった．フランク図形と平面波の安定性の関係を考慮した結果，ギザギザを構成する２つの面の向きは，フランク図形とその凸包の接点の方向であると推測した．そこで，平面波の進行方向 θ をいろいろと変えて数多くの数値シミュレーションを行い，この推測の妥当性を検証した結果，我々の推測がほぼ正しいことが確認できた（右図）．



なお，この数値シミュレーションで得られたギザギザ波面の進行波の多くは，平坦な波面をもつ平面波から Hopf 分岐した解であることを強く示唆する数値データも得られている．

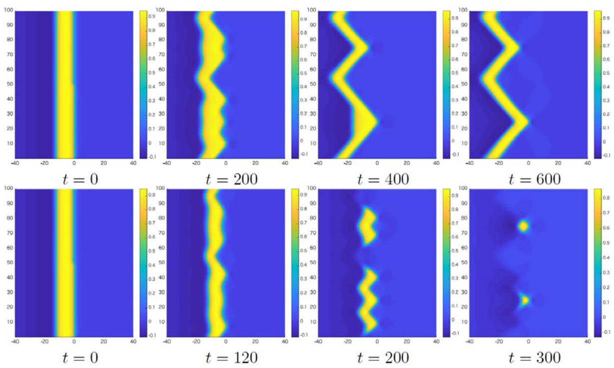
(D) コンパクトな台をもつ初期値から出発した解の広がり波面の形状（2022 年の論文）

$\mathbb{R}^2$ 上のバイドメイン Allen-Cahn 方程式において，コンパクトな台をもつ初期値から出発した解の波面が遠方に広がる際の形状について考察した．結晶学における非等方的な界面の成長や非等方的反応拡散方程式における広がり波面に関して知られていることの類推から，バイドメイン Allen-Cahn 方程式においても，広がり波面の全体形状が次第にウルフ図形に近づくことが予想される．ここでウルフ図形（右図右側の白い部分）とは，フランク図形の凸包（右図左側）の双対凸図形である．この予想が正しいかどうかを確かめるために，さまざまな数値シミュレーションを行った結果，予想の正しさを裏付ける結果が得られた．



(E) バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式のパスル波の挙動の研究（2022 年の論文）

通常の FitzHugh-Nagumo 方程式と同様に，バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式においてもパルス解の挙動は重要なテーマである．すでに述べたように，バイドメイン Allen-Cahn 方程式では平坦な波面が不安定化するとノコギリ歯状の波面が現れる．バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式の場合は，パラメータの値に応じてノコギリ歯状のパルス波が出現する場合とパルス波が分解して消滅する場合の２通りあることが数値シミュレーションによる考察でわかった．より詳しく述べると，通常の FitzHugh-Nagumo 方程式においては，速い変数 u と遅い変数 w の時定数の比 ε が重要なパラメータであるが，空間 1 次元の通常の FitzHugh-Nagumo 方程式ではこの比が十分に小さくて初めて安定なパルス解が存在し，またこの比が小さければ小さいほどパルス波解が摇動に対して頑健であることが知られている．一方，バイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式においては，ε が十分小さい場合はパルス解がノコギリ歯状に分岐して安定に存続し（上図上段），ε がより大きいと平面波パルス解が不安定化したのち分解して消滅する現象（上図下段）を発見した．



(F) バイドメインモデルの高精度な数値シミュレーション手法の開発（2022 年の論文）

上記３つのテーマ(C), (D), (E)の研究を進めるにあたり，先述の 2022 年の論文では，バイドメインモデルの数値シミュレーションに関する新しい手法を開発した．バイドメイン Allen-Cahn 方程式に現れるフロント解およびバイドメイン FitzHugh-Nagumo 方程式に現れるパルス解は無限領域上で定義されるので，精密なシミュレーションを行うためには慎重な工夫を要する．本論文では，Lagrange 補間や Strang Splitting と呼ばれる手法を組み合わせて，時空間二次精度の数値解法を開発することに成功した．これにより，解の長時間挙動の追跡が可能となった．バイドメインモデルのような非局所方程式に対して，２次元無限領域における高精度の数値解法を開発した例は我々の知る限りなく，この点でも有意義な成果である．

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計2件（うち査読付論文　2件／うち国際共著　2件／うちオープンアクセス　0件）

１．著者名 Matano Hiroshi、Mori Yoichiro、Nara Mitsunori	４．巻 55
２．論文標題 Stability of Front Solutions of the Bidomain Allen?Cahn Equation on an Infinite Strip	５．発行年 2023年
３．雑誌名 SIAM Journal on Mathematical Analysis	６．最初と最後の頁 1545～1595
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1137/21M1418095	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 Matano Hiroshi、Mori Yoichiro、Nara Mitsunori、Sakakibara Koya	４．巻 21
２．論文標題 Asymptotic Behavior of Fronts and Pulses of the Bidomain Model	５．発行年 2022年
３．雑誌名 SIAM Journal on Applied Dynamical Systems	６．最初と最後の頁 616～649
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1137/21M1416904	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕　計12件（うち招待講演　12件／うち国際学会　5件）

１．発表者名 Yoichiro Mori
２．発表標題 Stability of Planar Fronts of the Bidomain Allen-Cahn Equation
３．学会等名 PDE seminar at Princeton Univeristy（招待講演）
４．発表年 2023年

１．発表者名 Yoichiro Mori
２．発表標題 Stability of Planar Fronts of the Bidomain Allen-Cahn Equation
３．学会等名 Mathematics Colloquium at Courant Institute（招待講演）
４．発表年 2023年

１．発表者名 Yoichiro Mori
２．発表標題 Stability of Planar Fronts of the Bidomain Allen-Cahn Equation
３．学会等名 CCAM seminar and Mathematics Colloquium at Purdue University（招待講演）
４．発表年 2023年

１．発表者名 Hiroshi Matano
２．発表標題 Stability of fronts in bidomain models
３．学会等名 International Conference on Nonlinear Partial Differential Equations（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2022年

１．発表者名 Hiroshi Matano
２．発表標題 Stability of fronts in bidomain models
３．学会等名 Seminar at the University of New England（招待講演）
４．発表年 2022年

１．発表者名 Hiroshi Matano
２．発表標題 Stability of fronts in bidomain models
３．学会等名 Nonlinear Elliptic and Parabolic Equations with Applications --- Dedicated to Professor Yihong Du on the Occasion of His 60th Birthday（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2021年

１．発表者名
Yoichiro Mori

２．発表標題
Stability of Planar Fronts of the Bidomain Allen-Cahn Equation

３．学会等名
Mathematics Colloquium at Drexel University（招待講演）

４．発表年
2020年

１．発表者名
Yoichiro Mori

２．発表標題
Stability of Planar Fronts of the Bidomain Allen-Cahn Equation

３．学会等名
Pacific Rim Conference in Mathematics（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2020年

１．発表者名
Hiroshi Matano

２．発表標題
Stability of fronts in a bidomain model

３．学会等名
ソルボンヌ大学Jacques-Louis Lionsセミナー（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Mitsunori Nara

２．発表標題
Stability of front solutions of the bidomain equation on a strip

３．学会等名
The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

1．発表者名 Hiroshi Matano
2．発表標題 Stability of fronts in bidomain models
3．学会等名 International Conference on Mathematical Modeling and Applications (ICMMA 2017)（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2017年

1．発表者名 Hiroshi Matano
2．発表標題 バイドメインAllen-Cahn方程式の平面波の安定性について
3．学会等名 早稲田大学「応用解析研究会」定例セミナー（招待講演）
4．発表年 2017年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

6．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	奈良　光紀 (Nara Mitsunori) (90512161)	岩手大学・理工学部・准教授 (11201)	

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	森　洋一朗 (Mori Yoichiro)	ペンシルベニア大学（米国）・数学科・教授	ペンシルベニア大学数理生物学センター所長

7．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計4件

国際研究集会	開催年
Winter School of Applied Analysis 2020	2020年～2020年

国際研究集会 Applied Analysis New Year Workshop 2020	開催年 2020年～2020年
国際研究集会 MIMS/CMMA Mini Workshop: 中枢神経系における水の膜輸送と流れの生理学	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 MIMS/CMMA Mini Workship: Mathematical Analysis of Spatial and Evolutionary Epidemiology（明治大学）	開催年 2018年～2018年

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	ペンシルベニア大学			
米国	ミネソタ大学			