

令和 4 年 6 月 6 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2017～2021

課題番号：17K18734

研究課題名（和文）量子群の表現による量子情報理論の研究

研究課題名（英文）Applications of Quantum Groups and Representation Theory to Quantum Information Theory

研究代表者

COLLINS Benoit (COLLINS, BENOIT)

京都大学・理学研究科・教授

研究者番号：20721418

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,900,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題は、群や量子群の対称性を通して得られる量子チャネルの性質の研究である。BrannanやYounなどの共同研究者とともに、コンパクト量子群のrapid decayの性質を用いて、高度にエンタングルドな量子チャネルを構成し、その性質を研究した。また、Cadilhacと共同で、量子エクスペンダーの問題から着想を得て、自由独立性の特徴づけの研究を行った。一方、私の元博士課程の学生であるSapraとAl Nuwairanとともに、equivariant quantum groupsについて研究した。Bardetと共同で、 $U(n)$ -同変写像によってすべての正値性が判定できることを証明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題は既存研究がランダム行列などを用いた手法である意味、「偶発的に」量子情報理論で必要なものを構成していたのに対して、量子群を用いて、明示的な構成を提案し、今までに得られなかった深い結果を与えた。量子情報理論は古くから研究があるが、量子コンピュータなどに関連し、注目が高まり、理論の側面だけでなく応用の側面からも、より詳細な量子の世界の描像が求められている。今後の量子情報理論の応用のため、より深い世界を明示的に見せたことは量子の可能性を広げ、より汎用的かつ意義深く、社会に大きく貢献する量子的な手法を作り出す土台の一部になることが期待され、大きな意義があると思われる。

研究成果の概要（英文）：This research project was related to the study of properties of quantum channels obtained through group and quantum group symmetries. Together with a group of collaborators including Brannan and Youn, we used properties of rapid decay of compact quantum groups to obtain highly entangled quantum channels and we studied their properties. With Cadilhac we also obtained a characterisation of freeness that was partly inspired from problems of quantum expanders. On the other hand, together with my former PhD students Sapra and Al Nuwairan, we studied equivariant quantum groups. Part of this study also involved Bardet. Among others, we proved that all positivity can be detected through $U(n)$ equivariant maps. With Cleve, Paulsen and Li, we proved that there is a macroscopic between spatial self embezzlement and with its version in the commuting framework, irrespective of the dimension.

研究分野：quantum information

キーワード：quantum information

1. 研究開始当初の背景

量子情報理論は作用素環論や古典情報理論と同じくらいの歴史をもつ。1948年に出版されたクロード・シャノンによる論文で古典情報理論が生まれた。量子情報理論はそれとほぼ同時に生まれ、大きな進歩を続けてきている。

特に近年、量子コンピュータの実現や実用が現実味を帯びてきた。量子論理が古典論理に比べて幾つかの場合ではるかに効率的であるということが証明されてから、量子情報理論の研究は様々な方向で興味を持たれるようになり、現在もっとも広範囲にわたりがかつアクティブに研究されている分野の一つになってきているのは疑いの余地がない。そして古典的な設定では見つけられないさまざまな驚くべき様相が明らかになりつつある。

量子情報理論の研究ではその対象の構成にランダム行列理論を用いた研究が多く行われてきており、今も続いている。特にMOEの加法性の破れを示すときにはランダム行列は重要な役割を果たした。研究代表者らもランダム行列の量子情報理論への応用で多くの業績を挙げた：

Collins, Benoît; Nechita, Ion Random quantum channels I: graphical calculus and the Bell state phenomenon. *Comm. Math. Phys.* 297 (2010), no. 2, 345–370.

Collins, Benoît; Nechita, Ion Random quantum channels II: entanglement of random subspaces, Rényi entropy estimates and additivity problems. *Adv. Math.* 226 (2011), no. 2, 1181–1201.

Collins, Benoît; Nechita, Ion Random matrix techniques in quantum information theory. *J. Math. Phys.* 57 (2016), no. 1, 015215, 34 pp.

Collins, Benoît; Hayden, Patrick; Nechita, Ion Random and free positive maps with applications to entanglement detection. *Int. Math. Res. Not. IMRN* 2017, no. 3, 869–894.

しかし、量子情報の分野で最終的に興味があるのはランダムネスではなく決定的な対象である。すなわち明示的な量子チャンネルなどである。本課題においてはランダム行列からではなく、量子群や作用素環論、自由確率論、表現論のなかで生まれた新しい数学の道具立てから、ランダム行列理論を経由しては構成できない「明示的な状態や量子チャンネル」を構成することを考える。

本研究課題のメインの部分では特に高度エンタングルド空間というものを扱った。この背景には高度エンタングルド空間はランダムな手法による研究が主体でランダム性によらない構成的な方法がほとんどない状況であった。量子の世界の新しい性質を見出す上では構成的な方法による高度エンタングルド空間の研究が必須である。構成的なやり方にチャレンジする研究も既存研究で存在はしたが「高度」の部分が解決されていなかった。これはこれまで非可換コンパクト行列群しか扱われていないということが原因であると研究代表者は考え、それを解決するべく非可換コンパクト行列群ではなく量子群、その中でも表現論などが整備され扱いがしやすい自由直交量子群による研究が必要ではないかと考えた。

2. 研究の目的

この研究の第一目標は応募者自身の研究の中で構築し、改良し続けている数学的道具立てと理論を用いて新しい観点から量子情報理論の問題に取り組んでいくことである。具体的には、これらの道具は作用素環論、自由確率論、表現論、量子群にまたがるものである。これらから、ランダム行列理論を経由しては構成できない「明示的な状態や量子チャンネル」を構成することを考えたい。

量子情報理論で研究したい対象は高度エンタングルド空間、高度エンタングルド量子チャンネル、エンタングルドチャンネルである。自由直交量子群のような自由確率論などとも関連が深い量子群で構成が明示的でありかつその表現論が高度に発展しており、具体的な計算や幾何的考察が可能なものから高度エンタングルド空間となるような部分空間を作り出す系統的なやり方を提示する。そしてそれから量子情報に関わる量を調べる。

3. 研究の方法

量子群や量子情報理論について深い研究をしている研究者らと共同研究を行う。特に、Michael Brannan (現 University of Waterloo) との共同研究を中心に Richard Cleve, Li Liu, Vern Paulsen, 大坂 博幸, Hun Hee Lee, Ivan Bardet, Leonard Cadilhac らとメールやzoomで密に連絡を取り合い、必要に応じて、対面での訪問・招聘を行うことによって、本研究課題に係る

議論を尽く、多くの共同研究をおこなう。

また研究代表者の京都大学における博士課程の学生であった Gunjan Sapra や Felix Parraud らを指導する中で本研究課題に関する問題を考え共同研究を進めた。

また研究成果を量子情報に関するイベントやセミナー等で発表し、作用素環論、確率論、量子情報理論の関係者と議論を深め、新しいアイデアを探る。

4. 研究成果

以下でこれまで得られた研究成果を概説する。

(1) テキサス農工大の Michael Brannan との共同研究がこの研究課題の1つの主たる結果である。その共同研究の成果は「Highly entangled, non-random subspaces of tensor products from quantum groups」として数理解物理のトップジャーナルである Communications in Mathematical Physics に掲載された。

エンタングルメント (もつれあい) は、量子現象と古典現象を区別する最も重要な性質の1つである。この性質は、2部系 (bipartite system)、あるいは多部系 (multipartite system) に関係する。古典的な文脈では、多部系は集合 (例えば状態空間) のデカルト積でモデル化されるが、量子力学では線形構造が要求されるため、直積は一方、量子力学では、線形構造が必要なため、デカルト積は (個々のシステムを記述するヒルベルト空間の) テンソル積に置き換わる。

ヒルベルト空間 H が与えられたとき、(純粋な) 状態 $\xi \in H$ は、位相因子まで取られたノルム 1 のベクトルである。言い換えると、純粋状態 ξ は $B(H)$ の $\mathbb{C}\xi \subseteq H$ へのランク 1 射影 $\rho_\xi = |\xi\rangle\langle\xi|$ と見なすことができる。純粋状態の (閉じた) 凸包を H の状態空間と呼び、 $D(H)$ と表記する。これは凸でコンパクトな集合であり、その端点はランク 1 の projection、すなわち純粋状態である。ヒルベルト空間テンソル積 $H = H_A \otimes H_B$ でモデル化された二部システムが与えられたとき、状態 $\rho \in D(H)$ は、積状態の集合 $\rho = \rho_A \otimes \rho_B$ ($\rho_A \in D(H_A)$ および $\rho_B \in D(H_B)$) の凸包に属すれば分離可能だと呼ぶ。状態 ρ が分離可能でない場合、もつれる (エンタングルド) と呼ばれる。ヒルベルト部分空間 $H_0 \subset H_A \otimes H_B$ は、その付随する純粋状態がすべてもつれる場合、エンタングルド部分空間と呼ぶことにする。

大雑把には H_0 に付随する H 上の純粋状態の集合が積状態の集合 $\rho_A \otimes \rho_B \in D(H)$ から「一様に遠い」場合に、Hilbert 部分空間 $H_0 \subset H = H_A \otimes H_B$ が高度にエンタングルドと言う。 H 上の最大にもつれた状態は、通常、ベル状態と呼ばれる。ベル状態に付随する特異値 (シュミット係数) はすべて等しい。 H_A, H_B の次元が等しいとき、その純粋状態がすべて最大にもつれる唯一の部分空間 $H_0 \subseteq H$ は、ベル状態 ρ_B にまたがる 1 次元空間 $H_0 = \mathbb{C}\rho_B$ である。

上記の「エンタングルド」の定義から部分空間 $H_0 \subseteq H$ の次元が大きくなるほど、高度にエンタングルドは起こりにくくなる。近年、量子情報理論において、次のようなことが非常に重要な問題になっています: 「テンソル積 $H = H_A \otimes H_B$ において、すべての状態が高度にもつれ合うような次元の大きな部分空間 H_0 を見つけるよ」

高度にエンタングルド部分空間の豊かな源の1つは、ランダムな手法 (ランダム行列) から得られるものである。このようなテンソル積のランダム部分空間を研究するというアイデアは、Hayden, Leung, Shor, Winter, Hastings などにかかのぼり、Aubrun, Collins, Nechita, Belinchi, Szarek, Werner などにより詳細に研究されたもので、このようなランダムな手法は、非常に興味深い。しかし、残念ながら、これらランダムな技術では、これらの方法によって存在すると予測される具体例を見つけるための情報は得られない。したがって、高度に絡み合った部分空間の非ランダムな例を系統的に開発することが必要である。

Al Nuwairan は、群 $SU(2)$ の既約表現のテンソル積の部分表現のエンタングルドを研究することによって、この方向への試みを行った。非可換コンパクト行列群の表現論は、興味深い例を与える可能性がある。特に $SU(2)$ は表現論から深く理解されている一番典型的な無限コンパクト非可換群であり、そのため、それに関するエンタングルドや量子情報関連の問題を深く解析することができる。 $SU(2)$ の文脈では、Al Nuwairan は、もつれが常に起こることは示したが、残念ながら高度なエンタングルメントは現れない。従って、別に高度にエンタングルド部分空間を生成するための新しい非ランダム手法を探る必要があった。

本共同研究では Al Nuwairan の研究の精神を受け継ぎつつ、 $SU(2)$ や他のコンパクト行列群ではなくコンパクト量子群の世界に移行し、作用素環論、自由確率論の量子群に関する研究でよく知られている概念である Vergnioux による量子群の急速減衰 (RD) の性質とそれに関する幾何学的手法を用いて研究をおこなった。

自由直交量子群のユニタリー表現には $SU(2)$ と同じ fusion rules があり、その構成は

Temperley-Lieb カテゴリの平面計算 [KL94] の観点からよく理解されている。SU(2) と並列的だけでなく SU(2) のように高度に計算可能である。一方、 0_{N+} の純粋に量子的な特徴は、テンソル積の部分表現において、SU(2) で得られるものと比べて、はるかに高いレベルのエンタングルしている。従って、自由直交量子群の表現から有限次元ヒルベルト空間のテンソル積の部分空間で高度にエンタングルした部分空間のクラスを研究できた。そして、テンソル積表現の既約分表現に現れる状態の最大の特異値を求めた。これはかなり明示的な形で求められる。

その結果、我々は、高度にエンタングルし、次元が大きいという性質を持つテンソル積の部分空間の新しい非ランダムなクラスを記述することに成功した。次元の大きな高度にもつれた部分空間の決定論的な例を見出した。また、これらの部分空間に関連する量子チャネルのクラスについて、エンタングルメントの結果からいくつかの深い性質を導き出した。我々は、これらのチャネルの最小出力エントロピーに関する下界を得た。

(2) Richard Cleve, Li Liu, Vern Paulsen との共同研究: self embezzlement は可換作用素の枠組みであるか、従来のヒルベルト空間のテンソル積の枠組みで起こるかによって大きく異なる振る舞いをするを示した。この問題に対して、可換作用素モデルでの異なる振る舞いはすでに確認はされていたが、従来のモデルで任意の精度で近似可能な範囲内であった。我々の論文では、従来のモデルでは任意の精度で近似できないような可換作用素モデルに対して示した点が重要である。「Constant gap between conventional strategies and those based on C*-dynamics for self-embezzlement」としてまとめて投稿中である。

(3) 大坂 博幸, Gunjan Sapra との共同研究: 新しい系統的な量子情報理論に応用をもつ正値写像だが完全正値写像でない写像の構成方法を見出した。論文「On a family of linear maps from $M_n(\mathbb{C})$ to $M_{2n}(\mathbb{C})$ 」として線形代数に係る専門誌から出版された。

(4) Ivan Bardet, Gunjan Sapra との共同研究: 有限次元行列代数間の同値線形写像を Choi 行列の観点から特徴づけて、ある同値性をもつクラスの特徴づけを行い、その Choi 行列のグラフィカル表現などを与え、それをエンタングルメント検出に応用した。「Characterization of equivariant maps and application to entanglement detection」として専門誌から出版された。

(5) Michael Brannan, Hun Hee Lee, Sang Gyun Youn との共同研究で本研究課題の2つ目のメインの結果である: Michael Brannan と研究代表者により導入した自由直交量子群から作られた3つのパラメータを持つ量子チャネルのキャパシティについてより深い研究をした。これまで手の届かなかった degradability (分解性) などの性質を明らかにした。「Temperley-Lieb quantum channels」として数物理学のトップジャーナルである Communications in Mathematical Physics に掲載された。

本研究課題にメインの結果である(1)の共同研究を受け、コンパクト量子群の表現論から生じる量子チャネルクラスを研究した。これを Temperley-Lieb 量子チャネルと呼ぶ。これらのチャネルは、(1)や関連研究で研究されたチャネルを同時に系統的に拡張したものとなっている。量子情報理論における量子対称性は、多くの観点から自然に生じ、量子現象の新しい例を生み出し、また、重要な問題を単純化したり、解決するための決定的な道具である。本研究では、量子情報理論における量子対称性の新しい応用を与えた。特に、Temperley-Lieb 量子チャネルのエントロピーやキャパシティ、その(反)分解性、PPT、EBT、古典容量などについて調べた。

(6) Youn との共同研究: arXiv:1907.07856 「Superadditivity of the regularized Minimum Output Entropy」のプレプリントにその結果をまとめ専門誌に投稿した(16ページ)。この論文で正則化エントロピーの非自明な計算例となる最初の例を与えた。

(7) 研究代表者とその博士課程学生 Felix Parraud 氏でプレプリント(arXiv:2012.00159)を作成した。量子チャネルの最小出力エントロピーの加法性の破れ(MOEの破れ)は量子情報理論において非常に重要な問題である。これがMOEの破れが起こることはランダム行列を用いた方法が有効であり多く研究されている。しかしその評価はまだシャープになっていない。MOEの破れがいつ起こるかをできるだけ具体的に示すことが応用上求められている。本研究課題では確率論における測度集中の評価をより精密に行うことにより、ランダム行列を用いたモデルであるランダム量子チャネルの加法性の破れを引き起こすために必要な入力空間の明示的な最小次元を得た。これまでの研究では加法性の破れが起きること自体は分かっていたが、そのサイズについて明示的な最小次元は見つかっていなかった。量子情報理論における応用においてその明示的な値が必要になり、未解決問題となっていた。この未解決問題を解決した結果となっている。

(8) 研究代表者と Leonard Cadilhac 氏 (オルセー大) との共同研究を論文「A metric characterization of freeness」(arXiv:2103.02944) としてまとめた。このプレプリントでは自由独立性とよばれる自由確率論特有に現る独立性を確率変数が持つときの必要十分条件を距離によって特徴づけることを行った。これも量子情報理論に深い応用を持つ結果である。自由独立性の距離による特徴づけは量子情報理論の設定を拡張する上でキーになるであろう量子エキパンダーの定義に使用される作用素に関わる問題であるためである。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 16件 / うち国際共著 11件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Collins Benoit, Magee Michael, Puder Doron	4. 巻 1
2. 論文標題 Automorphism-invariant positive definite functions on free groups	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the 27th International Conference in Operator Theory	6. 最初と最後の頁 Amer. Math. Soc
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Brannan Michael, Collins Benoit, Lee Hun Hee, Youn Sang-Gyun	4. 巻 376
2. 論文標題 Temperley-Lieb Quantum Channels	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 795 ~ 839
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-020-03731-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Bardet Ivan, Collins Benoit, Sapra Gunjan	4. 巻 21
2. 論文標題 Characterization of Equivariant Maps and Application to Entanglement Detection	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Annales Henri Poincare	6. 最初と最後の頁 3385 ~ 3406
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00023-020-00941-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Collins Benoit, Kumari Sushma, Pestov Vladimir G.	4. 巻 24
2. 論文標題 Universal consistency of the k-NN rule in metric spaces and Nagata dimension	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 ESAIM: Probability and Statistics	6. 最初と最後の頁 914 ~ 934
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1051/ps/2020018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Brannan Michael、Collins Benoit	4. 巻 747
2. 論文標題 Entanglement and the Temperley-Lieb category	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Contemp. Math.	6. 最初と最後の頁 27-50
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/conm/747/15037	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Bordenave、Collins	4. 巻 190
2. 論文標題 Eigenvalues of random lifts and polynomials of random permutation matrices	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Annals of Mathematics	6. 最初と最後の頁 811-875
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4007/annals.2019.190.3.3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Collins Benoit、Yin Zhi、Zhong Ping	4. 巻 51
2. 論文標題 The PPT square conjecture holds generically for some classes of independent states	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 425301 ~ 425301
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/aadd52	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Collins Benoit、Osaka Hiroyuki、Sapra Gunjan	4. 巻 555
2. 論文標題 On a family of linear maps from $M_n(\mathbb{C})$ to $M_{2n}(\mathbb{C})$	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 398 ~ 411
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2018.06.011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 COLLINS Benoit、HASEBE Takahiro、SAKUMA Noriyoshi	4. 巻 70
2. 論文標題 Free probability for purely discrete eigenvalues of random matrices	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 1111 ~ 1150
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/77147714	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Collins Benoit、Novak Jonathan、Sniady Piotr	4. 巻 24
2. 論文標題 Semiclassical asymptotics of $\mathbb{GL}_N(\mathbb{C})$ tensor products and quantum random matrices	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Selecta Mathematica	6. 最初と最後の頁 2571 ~ 2623
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00029-017-0387-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Brannan Michael、Collins Benoit	4. 巻 9
2. 論文標題 Dual bases in Temperley-Lieb algebras, quantum groups, and a question of Jones	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Quantum Topology	6. 最初と最後の頁 715 ~ 748
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/QT/118	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Benoit Collins、Patrick Hayden、Ion Nechita	4. 巻 3
2. 論文標題 Random and Free Positive Maps with Applications to Entanglement Detection	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 869--894
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnw054	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Szymanski Konrad, Collins Benoit, Szarek Tomasz, Zyczkowski Karol	4. 巻 50
2. 論文標題 Convex set of quantum states with positive partial transpose analysed by hit and run algorithm	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 255206 ~ 255206
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/aa70f5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Collins Benoit, Matsumoto, Sho	4. 巻 14
2. 論文標題 Weingarten calculus via orthogonality relations: new applications	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 ALEA. Latin American Journal of Probability and Mathematical Statistics	6. 最初と最後の頁 631-656
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Collins Benoit, Kousha Termeh, Kulik Rafal, Szarek Tomasz, Zyczkowski, Karol	4. 巻 24
2. 論文標題 The accessibility of convex bodies and derandomization of the hit and run algorithm	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Convex Analysis	6. 最初と最後の頁 903-916
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Collins Benoit	4. 巻 1
2. 論文標題 Haagerup's inequality and additivity violation of the Minimum Output Entropy	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Houston Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 253-261
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計30件（うち招待講演 29件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Matrix models for non-commutative rational functions
3. 学会等名 Global NCG Seminar (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 A metric characterization of freeness
3. 学会等名 Operator Algebras and Operator Theory Seminar - SNU (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 On the operator norm of random matrices
3. 学会等名 MSJ Spring Meeting 2021 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Generalized strong convergence iid random unitaries.
3. 学会等名 Functional Analysis Seminar - UCLA (online) (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Matrix integrals in a tensor setup
3. 学会等名 OIST Workshop "Quantum Math, Singularities and Applications" (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Regularized quantities for quantum channels involving free groups
3. 学会等名 CIRM (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Tensor powers of linear maps and applications to quantum information
3. 学会等名 Recent Developments in Operator Algebras - RIMS
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong asymptotic freeness for random tensors of unitaries
3. 学会等名 Probability seminar - Princeton. (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong asymptotic freeness for random tensors of unitaries
3. 学会等名 Probability and Mathematical Physics Seminar - NYU (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Regularized minimum output entropy and generalized Haagerup inequalities
3. 学会等名 Colloquium - Kaohsiung (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Norm estimates for polynomials in random permutations
3. 学会等名 Probability seminar - Academia Sinica - Taipei (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations
3. 学会等名 Colloquium - Melbourne (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations and random tensors
3. 学会等名 Japanese-German Open Conference on Stochastic Analysis - Fukuoka (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations and random tensors
3. 学会等名 WPI 2019 - Hong Kong (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Equivariance and application to entanglement detection
3. 学会等名 Interactions between Noncom- mutative Analysis and Quantum Information Theory - Harbin (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong Asymptotic Freeness for Random Permutations and Random Tensors
3. 学会等名 NYUS - Shanghai (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations
3. 学会等名 HKUST (Hong Kong) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations
3. 学会等名 UCLA (IPAM) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Random permutations and quantum information theory
3. 学会等名 Oberwolfach (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations
3. 学会等名 Ottawa (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 The PPT2 square conjecture holds generically
3. 学会等名 Nagoya (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Random permutations and quantum information theory
3. 学会等名 Okinawa (OIST) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Non commutative probability and the Connes embedding problem
3. 学会等名 University of Oslo (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 The PPT2 square conjecture holds generically
3. 学会等名 Chula University Bangkok (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 strong freeness for random tensors
3. 学会等名 UC Berkeley (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Introduction to Weingarten calculus
3. 学会等名 CIMPA spring school, Settat, Morocco (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Free probability for purely discrete eigenvalues of random matrices
3. 学会等名 Park City, PCMI, USA (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 MOE estimates for quantum channels arising from random isometries and free probability
3. 学会等名 IHP, Paris, France (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations
3. 学会等名 Orsay, Paris, France (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Benoit Collins
2. 発表標題 Strong convergence for random permutations
3. 学会等名 Paris 6, France (招待講演)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Webpage of Benoit Collins https://www.math.kyoto-u.ac.jp/~collins/
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------