

令和 4 年 5 月 10 日現在

機関番号：12612

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2017～2021

課題番号：17K19966

研究課題名（和文）非直交変換に基づく高速・高精度・安定な行列計算アルゴリズムの設計手法の確立

研究課題名（英文）Fast, accurate and stable matrix computation algorithms based on non-orthogonal transformations

研究代表者

山本 有作（Yamamoto, Yusaku）

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授

研究者番号：20362288

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,700,000 円

研究成果の概要（和文）：本研究では、非直交変換を用いた新しい行列計算アルゴリズムを開発し、その収束性や精度を理論的に解析することを目的として研究を行った。研究対象として時間依存固有値問題の数値解法、および連立1次方程式の反復解法のための前処理法を取り上げ、前者については、行列乗算を中心とする次世代プロセッサに適したアルゴリズム、後者については、修正不完全コレスキー分解ブロック赤黒順序付けに基づく高並列型の解法を開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

従来の行列計算アルゴリズムは、計算の安定性を確保するため、直交変換を用いて構成されることが多かった。固有値計算のためのハウスホルダー法や最小2乗法のためのQR分解法はその例である。しかし、非直交変換を積極的に利用することで、計算量や精度の面でより優れたアルゴリズムが開発できる可能性がある。本研究では、時間依存固有値問題と反復法の前処理という2つの問題を取り上げ、その実証を試みた。非直交変換を利用したアルゴリズムでは、理論的解析により精度や安定性を保証することが重要であり、本研究ではその点についても解析を行った。

研究成果の概要（英文）：The aim of this study is to develop new algorithms for matrix computations based on non-orthogonal transformations and analyze their convergence properties and accuracy theoretically. We chose the time-dependent eigenvalue problem and preconditioning methods for iterative solution of linear systems as examples. For the former, we developed an algorithm based on matrix multiplications, which is suited for next-generation microprocessors. For the latter, we developed a highly parallel algorithm based on the modified incomplete Cholesky factorization and the block red-block ordering.

研究分野：高性能計算，数値解析

キーワード：共役勾配法 前処理 不完全コレスキー分解 固有値問題 ブロックヤコビ法 並列化 GPU 非直交変換

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

固有値計算や連立1次方程式の求解などの行列計算は、多くの科学技術計算において中核をなす重要な計算である。多くの行列計算アルゴリズムでは、行列を上三角行列や3重対角行列などの簡単な形に変形して問題を解く。この際、問題となるのは誤差の拡大によるアルゴリズムの不安定性である。そこで、従来のアルゴリズムでは、誤差を拡大しない直交変換が変形の道具として主に用いられてきた。

しかし、直交変換というのは非常に強い制約であり、アルゴリズムの自由な設計を妨げる要因にもなってきた。たとえば一般化固有値問題 $Ax = \lambda Bx$ において、行列 A, B を同時に3重対角行列に変換できれば、極めて効率的なアルゴリズムが構築できるが、そのような変換は必然的に非直交変換となることが証明されている。そこで、もし安定性を犠牲にすることなく非直交変換を活用できれば、従来にない優れた特徴を持つアルゴリズムの開発が可能となる。

我々はこのような考えに基づき、非直交変換に基づきつつも数値的に安定なアルゴリズムの確立を目的として、ベクトルの直交化、一般化固有値問題など、いくつかの問題について研究を行ってきた。我々の開発したアルゴリズムは、計算量の少なさ、あるいは大粒度並列性など、直交変換に基づくアルゴリズムにない特長を持ち、かつ、理論的解析あるいは数値実験により数値的安定性が確認されている。そこで、行列計算の他の分野でも、非直交変換を積極的に活用することで、優れた性質を持つ新しいアルゴリズムを開発できるのではないかと考えるに至った。

2. 研究の目的

本研究では、非直交変換を積極的に活用することにより、演算量、精度、並列性などの面で優れた新しい行列計算アルゴリズムを開発することを目指す。そのため、行列計算の中から、理論的にも応用上も重要な次の3つのテーマを選び、研究を行う。

- (1) 時間依存固有値問題の数値解法
- (2) クリロフ部分空間法の収束加速のための並列前処理法
- (3) シフト線形方程式の求解のための反復解法

これらはいずれも、非直交変換の利用により新たな研究成果が見込めるテーマである。これらについて、非直交変換を利用した新たなアルゴリズムを考案するとともに、安定性、収束性、誤差の解析を行い、また、必要に応じて並列化を行う。これにより、非直交変換を用いたアルゴリズムを行列計算のより広い分野に適用可能とする。

3. 研究の方法

- (1) 時間依存固有値問題の数値解法

本項目では、時間に依存する実対称行列 $A(t)$ の固有値問題 $A(t)x(t) = \lambda(t)x(t)$ を扱う。このタイプの問題は、第一原理分子動力学や移動体通信などへの応用がある。手法としては、荻田・相島により近年開発された固有ベクトルの反復改良法を利用する。ただし、この方法では、固有値が縮重に近い時に収束性が悪化するという問題、および、収束を保証するために必要な時間ステップ幅に対する制限が非常に厳しいという問題がある。アルゴリズムの詳しい解析により、これらの問題点を解決する方法を見出すことを目指す。また、開発したアルゴリズムをメニーコアプロセッサ上で実装し、性能を評価する。

- (2) クリロフ部分空間法の収束加速のための並列前処理法

本項目では、主に対称正定値行列を係数とする連立1次方程式 $Ax = b$ の共役勾配法による解法を扱う。このタイプの問題は、構造解析、熱伝導解析、流体計算など、非常に広い分野で現れる。共役勾配法を用いた求解を効率的に行うには、適当な下三角行列 L を用いて行列を $A' = L^{-1}AL^{-T}$ と非直交変換する前処理が不可欠である。 L としては、 A をフィルインを無視して近似的にコレスキー分解した不完全コレスキー分解が広く使われている。しかし、不完全コレスキー分解は逐次性が高く、並列計算機に向いていないことが問題となっている。そこで本研究では、不完全コレスキー分解の代わりにフィルインの補償を行う修正不完全コレスキー分解を用い、かつ、岩下らにより提案されたブロック赤黒順序付けを用いてそれを並列化する手法を検討する。本手法に対して安定性および収束性の解析を行うとともに、マルチコア CPU や GPU での実装を行い、並列性能を評価する。

- (3) シフト線形方程式の求解のための反復解法

本項目では、実対称またはエルミート行列 A に対して純虚数 σ のシフトを加えた行列を係数とする連立1次方程式 $(A + \sigma I)x = b$ の解法を扱う。このタイプの問題は、時間依存型シュレーディンガー方程式の求解や量子力学におけるグリーン関数の計算に現れる。従来、この問題に対しては、クリロフ部分空間の非直交基底を用いた COCG (Conjugate Orthogonal Conjugate Gradient) 法が広く使われてきた。しかし、基底の非直交性のため、COCG 法の収束性に関する理論的結

果は乏しい．そこで本研究では，これまでの非直交変換に関する研究結果の蓄積を利用することで，シフト線形方程式に対する COCG 法の収束性をより深く解析することを目指す．また，シフト線形方程式に対して，残差が単調に減少するタイプの解法を開発することを目指す．

4．研究成果

(1) 時間依存固有値問題の数値解法

実対称行列を係数とする時間依存固有値問題 $A(t)x(t)=\lambda(t)x(t)$ に対し，新たなアルゴリズムを提案した．本問題に対する自明な解法として， t ごとに固有値問題を解き直す方法があるが，1 ステップ前の t での固有値・固有ベクトルを利用することで，計算量をより少なくできる解法が望まれる．そこで，本研究では，1 ステップ前の固有値・固有ベクトルを現在の行列に対する固有値・固有ベクトルの近似値と見て，荻田・相島の固有ベクトル反復改良法を適用する方法を提案した．主な成果は次の通りである．

荻田・相島法の収束性の向上

荻田・相島法は，固有ベクトルを並べた行列 $X(t)$ を，途中で非直交行列となることも許しつつ， $X^T(t)X(t)$ が単位行列かつ $X^T(t)A(t)X(t)$ が対角行列に近づくように更新してゆく手法である．しかし，この方法では，固有値が近接あるいは重複する場合に収束性が悪化するという問題点があった．時間依存固有値問題では，時間発展により固有値の交差が起き得るので，この問題の解決は重要である．本研究では，部分対角化による前処理を導入することでこの問題を解決し，収束性の向上を実現した（図 1）．

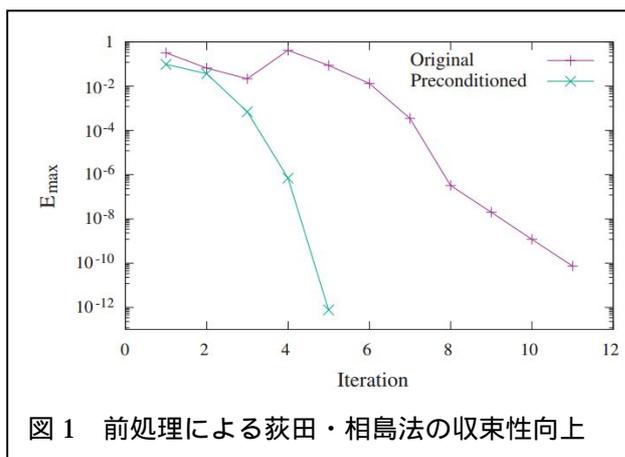


図 1 前処理による荻田・相島法の収束性向上

荻田・相島法の理論的解析

荻田・相島法に対して，既存のものより詳細な理論的解析を行った．特に，近似固有ベクトル行列が与えられたときに，それに対応する真の固有ベクトル行列がある条件の下で一意的に存在することを示した．また，真の固有ベクトル行列を求めるためのニュートン型解法の収束半径と収束率について，荻田・相島の原論文の結果を改良した結果を与えた．さらに，行列の固有値が縮重する場合について，不動点定理を用いた解析を行った．荻田・相島法では，固有値が縮重する場合についても計算法が与えられているが，その計算法は，固有ベクトル行列を求めるための条件式のうち，悪条件性を引き起こす一部の条件式を無視して計算を行う手法であり，なぜそれで正しい解が得られるのか，直感的に理解することが難しかった．本研究では，バナッハの不動点定理を用いた解析法を新たに提案し，残りの条件式を満たすように解を構成すれば，無視した条件式も自動的に満たされることを明らかにした．これにより，荻田・相島の方法の正当性に関する直感的に分かりやすい説明を与えた．

メニーコアプロセッサ上での高性能実装

上記(1a)のアルゴリズムをメニーコアプロセッサ Xeon Phi 上で実装し，1 ステップごとに固有値問題を解き直す素朴な解法に比べて，最大 7 倍程度の高速化が実現できることを示した．

(2) クリロフ部分空間法の収束加速のための並列前処理法

共役勾配法のための MIC(0)前処理（修正不完全コレスキー分解前処理）について，ブロック赤黒順序付け法に基づく並列化手法とその最適化の研究を行った．主な成果は次の通りである．

MIC(0)前処理とブロック赤黒順序付けの組合せによる不安定性の解明とその緩和

並列計算機向けの前処理として，従来は不完全コレスキー分解（IC(0)）前処理とブロック赤黒順序付けの組合せが広く用いられていた．一方，単一 CPU 向けの前処理としては，IC(0)前処理においてフィルインの補償を行い，収束性を改善した MIC(0)前処理が知られている．そのため，これとブロック赤黒順序付けとを組み合わせると，より効率的な並列前処理法を構成しようとするのは自然な発想である．しかし，この組合せを実装した結果，不完全分解の途中でピボットが 0 になる現象が生じ，安定な分解ができないことが明らかになった．そこで，この現象を解析し，ゼロピボットが起こるための必要十分条件を同定した．また，ゼロピボットの生成を避けるには，分解前の行列の対角要素に摂動を加えることが有効であることを見出し，その条件の下で安定性を理論的に証明した．

GPU 上での高性能実装

上記(2a)で提案したアルゴリズムについて，GPU 上での高性能実装を行った．特に，(i) GPU のコアレスアクセスを可能とするためのデータ構造の最適化，(ii) ブロック分割方式と収束性との関係の解明，(iii) 高速化のための単精度演算利用方式の検討，の 3 点の最適化を行った結果，既存の GPU 向けソルバである Ginkgo や MAGMA に比べて，規則格子上的方程式を高速に解けるソルバを構築できた．

プラズマシミュレーションへの応用

作成した GPU 向けのソルバを、Particle-in-Cell 法に基づくプラズマシミュレーションソフトに組み込み、性能評価を行った。本ソフトでは、電位計算のためのポアソン方程式の求解部分が計算時間の 6 割程度を占めていたが、本 GPU ソルバを利用することで、この部分の時間を 1/4 ~ 1/5 程度に圧縮でき、大幅な高速化を達成できた。

(3) シフト線形方程式の求解のための反復解法

シフト線形方程式とは、 $(A+\sigma I)x=b$ の形の方程式で、特に A が実対称、 σ が純虚数の場合は、シュレーディンガー方程式の時間発展の計算や量子力学におけるグリーン関数の計算など、多くの応用がある。そこで、この問題に対する反復解法の研究を行った。主な成果は次の通りである。

シフト線形方程式に対する COCG 法の収束性解析

シフト線形方程式の解法としては、COCG 法が広く使われている。COCG 法は CG 法（共役勾配法）を複素対称行列に拡張した手法であるが、内積の代わりに疑似内積を使うため、生成されるクリロフ部分空間の基底が直交性を持たず、CG 法の持つ無破綻性、誤差の A ノルムの単調減少性などの優れた特徴を一般には持たない。にもかかわらず、シフト方程式に対する COCG 法は多くの場合、比較的安定に収束する。本研究ではこの理由について理論的な検討を行った。その結果、ある種のシフト方程式については、無破綻性と残差の準単調性が成り立つことを示し、収束の安定性の理由をある程度解明できた。

残差最小化に基づくシフト線形方程式の解法の提案

COCG 法とは別の原理に基づく解法として、MINRES 法（最小残差法）のシフト付き版を用いることを提案し、同手法が、計算の安定性、残差の単調減少性、反復あたりの行列ベクトル積の回数などで、COCG 法よりも優れた性質を持つことを理論的に示した。また、電子状態計算ソフト ELSESES から得られる実問題の行列を用いて、これらの結果を実験的に確認した(図 2)。

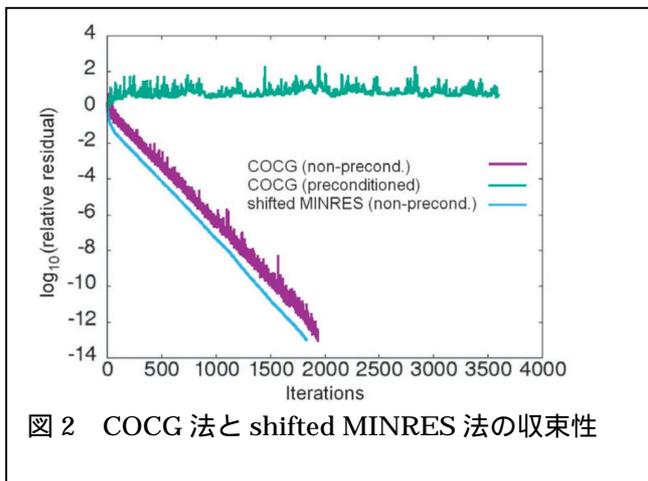


図 2 COCG 法と shifted MINRES 法の収束性

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計24件（うち査読付論文 24件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 12件）

1. 著者名 Shioya Akemi, Yamamoto Yusaku	4. 巻 103
2. 論文標題 Block red-black MILU(0) preconditioner with relaxation on GPU	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Parallel Computing	6. 最初と最後の頁 102760 ~ 102760
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.parco.2021.102760	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yamamoto Yusaku, Oksa Gabriel, Vajtersic Marian	4. 巻 622
2. 論文標題 On convergence to eigenvalues and eigenvectors in the block-Jacobi EVD algorithm with dynamic ordering	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 19 ~ 45
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2021.03.027	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Fukuda Akiko, Yamamoto Yusaku, Iwasaki Masashi, Ishiwata Emiko, Nakamura Yoshimasa	4. 巻 65
2. 論文標題 Convergence acceleration of shifted SLR transformations for totally nonnegative Hessenberg matrices	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Applications of Mathematics	6. 最初と最後の頁 677 ~ 702
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.21136/AM.2020.0378-19	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Sakai Tsubasa, Kudo Shuhei, Imachi Hiroto, Miyatake Yuto, Hoshi Takeo, Yamamoto Yusaku	4. 巻 38
2. 論文標題 A parallelizable energy-preserving integrator MB4 and its application to quantum-mechanical wavepacket dynamics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 105 ~ 123
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-020-00430-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shiroma Kurumi, Yamamoto Yusaku	4. 巻 12
2. 論文標題 Fixed-point analysis of Ogita-Aishima's symmetric eigendecomposition refinement algorithm for multiple eigenvalues	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 5~8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.12.5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Fukaya Takeshi, Kannan Ramaseshan, Nakatsukasa Yuji, Yamamoto Yusaku, Yanagisawa Yuka	4. 巻 42
2. 論文標題 Shifted Cholesky QR for Computing the QR Factorization of Ill-Conditioned Matrices	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Scientific Computing	6. 最初と最後の頁 A477 ~ A503
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/18M1218212	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Oksa Gabriel, Yamamoto Yusaku, Becka Martin, Vajtersic Marian	4. 巻 40
2. 論文標題 Asymptotic Quadratic Convergence of the Two-Sided Serial and Parallel Block-Jacobi SVD Algorithm	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 639 ~ 671
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/18M1222727	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Imakura Akira, Yamamoto Yusaku	4. 巻 36
2. 論文標題 Efficient implementations of the modified Gram-Schmidt orthogonalization with a non-standard inner product	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 619 ~ 641
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-019-00356-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shiroma Kurumi、Yamamoto Yusaku	4. 巻 12
2. 論文標題 Fixed-point analysis of Ogita-Aishima's symmetric eigendecomposition refinement algorithm for multiple eigenvalues	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 5~8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.12.5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Gabriel Oksa・Yusaku Yamamoto・Martin Becka・Marian Vajtersic	4. 巻 58
2. 論文標題 Asymptotic Quadratic Convergence of the Parallel Block-Jacobi EVD Algorithm with Dynamic Ordering for Hermitian Matrices	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 BIT Numerical Mathematics	6. 最初と最後の頁 1099-1123
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10543-018-0711-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Gabriel Oksa・Yusaku Yamamoto・Martin Becka・Marian Vajtersic	4. 巻 to appear
2. 論文標題 Asymptotic Quadratic Convergence of the Two-Sided Serial and Parallel Block-Jacobi SVD Algorithm	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Akira Imakura・Yusaku Yamamoto	4. 巻 to appear
2. 論文標題 Efficient Implementations of the Modified Gram-Schmidt Orthogonalization with a Non-standard Inner Product	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Tanaka・Hiroto Imachi・Tomoya Fukumoto・Akiyoshi Kuwata・Yuki Harada・Takeshi Fukaya・Yusaku Yamamoto・Takeo Hoshi	4. 巻 to appear
2. 論文標題 A Middleware for Parallel Generalized Eigenvalue Solvers to Attain High Scalability and Usability	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroaki Seito・Takeo Hoshi・Yusaku Yamamoto	4. 巻 11
2. 論文標題 On Using the Shifted Minimal Residual Method for Quantum-mechanical Wave Packet Simulation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 13-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.11.13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shuheki Kudo, Kousuke Yasuda and Yusaku Yamamoto	4. 巻 10
2. 論文標題 Performance of the Parallel Block Jacobi Method with Dynamic Ordering for the Symmetric Eigenvalue Problem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 41-44
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.10.41	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 白間久瑠美・工藤周平・山本有作	4. 巻 29
2. 論文標題 荻田・相島の固有ベクトル反復改良法に基づく実対称行列の固有値分解追跡手法	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 日本応用数学会論文誌	6. 最初と最後の頁 78-120
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yusaku Yamamoto	4. 巻 62
2. 論文標題 On the optimality and sharpness of Laguerre's lower bound on the smallest eigenvalue of a symmetric positive definite matrix	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Applications of Mathematics	6. 最初と最後の頁 319-331
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.21136/AM.2017.0022-17	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shioya Akemi, Yamamoto Yusaku	4. 巻 35
2. 論文標題 The danger of combining block red?black ordering with modified incomplete factorizations and its remedy by perturbation or relaxation	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 195 ~ 216
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-017-0277-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ooi Kouhei, Mizuno Yoshinori, Sogabe Tomohiro, Yamamoto Yusaku, Zhang Shao-Liang	4. 巻 7
2. 論文標題 Solution of a Nonlinear Eigenvalue Problem Using Signed Singular Values	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 East Asian Journal on Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 799 ~ 809
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4208/eajam.181016.300517c	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shuhei Kudo and Yusaku Yamamoto	4. 巻 10777
2. 論文標題 On Using the Cholesky QR Method in the Full-Blocked One-Sided Jacobi Algorithm	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 612-622
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-78024-5_53	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kohashi Hisashi、Iwamoto Harumichi、Fukaya Takeshi、Yamamoto Yusaku、Hoshi Takeo	4. 巻 14
2. 論文標題 Performance prediction of massively parallel computation by Bayesian inference	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 13～16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.14.13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kugaya Masaki、Kudo Shuhei、Yamamoto Yusaku	4. 巻 13
2. 論文標題 Combinatorial preconditioning for accelerating the convergence of the parallel block Jacobi method for the symmetric eigenvalue problem	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 56～59
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.13.56	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ishii Gaku、Yamamoto Yusaku、Takaishi Takeshi	4. 巻 9
2. 論文標題 Acceleration and Parallelization of a Linear Equation Solver for Crack Growth Simulation Based on the Phase Field Model	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematics	6. 最初と最後の頁 2248～2248
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/math9182248	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yamamoto Yusaku	4. 巻 10
2. 論文標題 On eigenvalues of a matrix arising in energy-preserving/dissipative continuous-stage Runge-Kutta methods	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Special Matrices	6. 最初と最後の頁 34～39
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/spma-2021-0101	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計18件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 久賀谷匡貴, 山本有作
2. 発表標題 実対称固有値問題向けのブロックヤコビ法に対する組み合わせ的前処理
3. 学会等名 日本応用数理学会「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会 第29回研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 深谷猛, 中務祐治, 山本有作
2. 発表標題 縦長行列の列ピボット付きQR分解に対するコレスキーQR型アルゴリズムの検討
3. 学会等名 日本応用数理学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山本有作
2. 発表標題 ヒルベルト行列と関連するある行列の固有値について
3. 学会等名 日本応用数理学会 第17回研究部会連合発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yusaku Yamamoto, Akira Imakura
2. 発表標題 Efficient Implementations of the Modified Gram-Schmidt Orthogonalization in a Non-Standard Inner Product
3. 学会等名 The 13th workshop in the series of the "Parallel Numerics" (ParNum 2019) (国際学会) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 塩谷明美, 山本有作
2. 発表標題 ブロック赤黒順序付け緩和MILU(0)前処理法のGPU実装と性能評価
3. 学会等名 2019年並列 / 分散 / 協調処理に関する『北見』サマー・ワークショップ (SWoPP2019)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山本有作, 今倉暁
2. 発表標題 一般内積における直交化のためのMGS-HP 法の誤差解析
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山本有作
2. 発表標題 エネルギー散逸型数値解法の設計におけるある逆固有値問題について
3. 学会等名 日本応用数理学会「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会 第28回研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 酒井翼・藤周平・井町宏人・宮武勇登・星健夫・山本有作
2. 発表標題 エネルギー保存型並列解法MB4に基づく2次元量子ダイナミクス計算
3. 学会等名 第47回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusaku Yamamoto・Tsubasa Sakai・Shuhei Kudo・Hiroto Imachi・Yuto Miyatake・Takeo Hoshi
2. 発表標題 Application of an Energy-preserving Integrator to Quantum-mechanical Wavepacket Dynamics
3. 学会等名 13th SIAM East Asian Section Conference 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 白間久瑠美・工藤周平・山本有作
2. 発表標題 荻田・相島の固有ベクトル反復改良法における重複固有値の扱いについて
3. 学会等名 応用数理学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusaku Yamamoto
2. 発表標題 Orthogonalization Algorithms and Dense Symmetric Eigenvalue Solvers Optimized for Strong Scaling
3. 学会等名 International Symposium on Research and Education of Computational Science (RECS2018) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山本有作
2. 発表標題 荻田・相島の固有ベクトル反復改良法に基づく実対称行列の固有値分解追跡手法
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「次世代の科学技術を支える数値解析学の基盤整備と応用展開」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 廣田悠輔・山本有作
2. 発表標題 一般化固有値問題に対する分割統治法におけるデフレーション手法について
3. 学会等名 日本応用数学会「行列・固有値の解法とその応用」研究部会 第25回研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusaku Yamamoto
2. 発表標題 Roundoff error analysis of the CholeskyQR2 and related algorithms
3. 学会等名 PARNUM2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 塩谷明美, 山本有作
2. 発表標題 ブロック赤-黒順序付けされた摂動/緩和MILU(0) 前処理法のGPUとマルチコアCPUにおける性能評価
3. 学会等名 SWoPP 2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shuheii Kudo and Yusaku Yamamoto
2. 発表標題 On using the Cholesky QR method in the full-blocked one-sided Jacobi algorithm
3. 学会等名 PPAM2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 清藤 博暉, 山本 有作
2. 発表標題 虚数シフトを行った実対称行列のための COCG法と一般化MINRES法の性能比較
3. 学会等名 日本応用数学会「行列・固有値問題 の解法とその応用」研究部会 第24回研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Akemi Shioya and Yusaku Yamamoto
2. 発表標題 Block Red-Black Milu(0) Preconditioner with Relaxation on GPU
3. 学会等名 18th SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計4件

1. 著者名 山本 有作、石原 卓	4. 発行年 2020年
2. 出版社 装華房	5. 総ページ数 182
3. 書名 理工系の数理 ベクトル解析	

1. 著者名 金田 行雄、笹井 理生、張 紹良	4. 発行年 2019年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 256
3. 書名 計算科学のための基本数理アルゴリズム	

1. 著者名 Yusaku Yamamoto	4. 発行年 2018年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 251-266
3. 書名 Eigenvalue Problems: Algorithms, Software and Applications in Petascale Computing	

1. 著者名 金田 行雄、笹井 理生、張 紹良	4. 発行年 2022年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 360
3. 書名 20世紀のトップ10アルゴリズム	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	廣田 悠輔 (Hirota Yuusuke) (60709765)	福井大学・工学系部門 工学領域・助教 (13401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------