

平成 22 年 5 月 17 日現在

研究種目：特定領域研究

研究期間：2006～2009

課題番号：18079001

研究課題名（和文）量子揺らぎの最適制御による確率的情報処理と情報統計力学

研究課題名（英文）Probabilistic information processing and statistical mechanics of information by optimal controlling of quantum fluctuation

研究代表者

井上 純一（JUN-ICHI INOUE）

北海道大学・大学院情報科学研究科・准教授

研究者番号：30311658

研究成果の概要（和文）：無限レンジ・スピングラス模型で記述されるクラスの誤り訂正符号に対し、横磁場項を導入した量子版ベイズ最適復号解に関する統計的性能を調べ、1 段階レプリカ非対称解についての相図からシャノン限界と相転移点の関係についての普遍性を明らかにした。さらに、その限界近くを達成する修正 TAP アルゴリズムを構成した。また、量子横磁場イジング模型が量子モンテカルロ法に基づく確率過程で状態更新する系に対し、マスター方程式から秩序変数が従う微分方程式の導出法を提案し、無限レンジ強磁性イジング模型、ランダム磁場イジング模型に対し、静的近似も含めた妥当性を明らかにした。さらに、領域内外の研究者との共同研究により、縮退量子アニーリング系のスピン波解析、量子反強磁性体の相転移、ハーフトーン処理などへの展開が達成された。

研究成果の概要（英文）：We investigated error-correcting codes described by infinite range Ising spin glasses in a quantum-mechanical transverse field. We evaluated the statistical performance for the Bayes-optimal solution by making use of the replica method and discussed the relationship between the Shannon's bound and the critical point at which the Ferromagnet-SpinGlass phase transition takes place. We also constructed a quantum-mechanical variant of the TAP equation to achieve the performance near the Shannon's bound. We next proposed a theoretical framework to describe the dynamical process of the system evolving according to the quantum Monte Carlo method and derived the differential equations with respect to the macroscopic quantities such as a magnetization from the microscopic master equation. We clarified the validity of the static approximation for some limited cases. We also obtained several results in the topic of spin wave theoretical analysis of quantum annealing with degeneracy, phase transition in the quantum anti-ferromagnets and the so-called digital halftoning by collaborating researchers in and out of our research project.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
18 年度	8,400,000	0	8,400,000
19 年度	9,600,000	0	9,600,000
20 年度	9,500,000	0	9,500,000
21 年度	7,000,000	0	7,000,000
年度			
総計	34,500,000	0	34,500,000

研究分野：情報統計力学

科研費の分科・細目：確率的情報処理

キーワード：量子統計力学、量子情報、量子揺らぎ、情報統計力学、スピングラス

### 1. 研究開始当初の背景

確率的情報処理の鍵であり、諸問題における統計的推定に用いられている最大周辺化事後確率(MPM)推定は、各ビットの推定値を事後確率での熱平均値として算出する。これは熱揺らぎを用いた「有限温度の推定値」と呼んでよいものであるが、そこでの確率的情報処理における計算技法・性能評価法を熱揺らぎとは起源の異なる量子力学的揺らぎを用いた場合へと再構成・拡張することは、情報統計力学・確率的情報処理を深化させるという意味で興味深い。しかし、研究開始時点で提出されている研究結果は横磁場項という形で量子揺らぎが導入された、しかも、平均場モデルと呼ばれるクラスの確率モデルで記述される対象に対して考察された結果に限られていた。誤り訂正符号(ソーラス符号)に対し、量子揺らぎを横磁場項により導入した場合の詳しい解析/計算機シミュレーションは当計画研究代表者によって既になされていたが、その解析的に示される性能限界近くを達成する具体的なアルゴリズムや、復号過程などの動的な性質をいかに解析するか、画像など有限次元系/非平均場の特徴を持つ対象、低密度パリティ検査符号等の、より実用的問題に関する有効性の評価は本計画研究で取り組むべき重要課題となっていた。

### 2. 研究の目的

古典的な熱揺らぎを用いて様々な問題に対して成功を収めてきた確率的情報処理を、量子力学的な揺らぎを用いた枠組みで再構成することで情報統計力学の深化を図る。確率的情報処理で扱われていた誤り訂正符号、画像処理、CDMA マルチユーザ復調器等に対し、適切な量子確率モデルで問題を表現することにより量子揺らぎに基づく確率推論法を定式化し、その性能を情報統計力学により解析評価する。さらに、これらの問題に留まらず、量子揺らぎの制御が問題解決に対して有効に機能するような新しい問題(対象)の開拓、それを解析評価するための情報統計力学(方法論)の整備も視野に入れることで、量子(ランダム)スピン系への技術的フィードバックを行うことを目的とする。

### 3. 研究の方法

平成 17 年度まで実施された科学研究費特定領域研究「確率的情報処理への統計力学的アプローチ」で有効性が明らかになった画像/誤り訂正符号に関する MPM 推定の枠組みを量子系に拡張し、その性能評価をレ

プリカ法に基づいて行う。解析計算の確認は購入する複数台の高性能パソコン等を有機的に用いることにより実施する。また、シャノン限界と量子スピングラスの強磁性相境界の関係を議論する場合に問題となる近似の妥当性(レプリカ対称性、静的近似)を洗い出す。その際、研究分担者の雑賀洋平氏に量子スピン系における有力な方法論であるスピン波理論のチュートリアルを依頼し、この手法の量子アニーリング系への適用可能性を探る。さらに、平均場近似に基づく反復解法(TAP 方程式的な確率伝播法)を量子系へ適用可能な形で再構成する。その際、[情報通信班]との連携により、より効率的・実用的なアルゴリズム開発を行う。さらに量子多体問題に対して有効な数値計算技法である量子モンテカルロ法のダイナミクスを磁化などのマクロ量についての微分方程式として解析する方法論を定式化し、強磁性体、および、量子揺らぎを用いた画像修復系に対して適用を計る。

### 4. 研究成果

計画期間の前半では、多体相互作用を持つ無限レンジ・スピングラス模型で記述されるソーラス符号と呼ばれるクラスの誤り訂正符号に対し、横磁場項を導入した量子版の

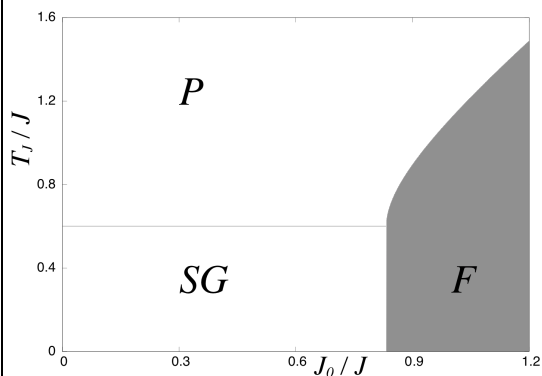


図 1: 量子ソーラス符号の相図

ベイズ最適解に関する統計的性質を調べた。これらの解析により、1 段階レプリカ非対称解についての相図(図 1 参照)に対し、ゼロ誤り限界(シャノン限界)と強磁性-スピングラス相転移点の関係が明らかとなった。 その限界を達成する具体的な復号アルゴリズムを修正 TAP 平均場方程式に基づき構成し、そのアルゴリズムの収束速度を調べた(図 2 参照)。 また、無限レンジ・反強磁性横磁場イジング模型の相転移に関し、解析的および計算機実験により有限温度、有限横磁場では相転移が生じないことをつきとめた。また、縮

退した系において量子アニーリングを適用すると、古典的なアニーリングで得られるような各縮退状態が等確率で得られることがなく、偏りが生じることがいくつかの先行研究により指摘されていた。

そこで、我々は J1-J2 模型と呼ばれる基底状態に縮退を持つような量子スピン系の基底状態近傍のエネルギー・スペクトルをスピン波理論により調べ、この量子アニーリング特有の縮退状態の実現確率の偏りが、スペクトル情報から部分的に説明できることを示した。また、本研究課題では量子揺らぎを用いた情報処理についての知見を深めるとともに、新たな情報処理の諸問題を開拓

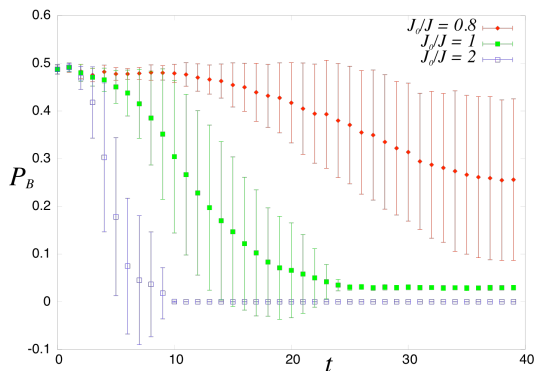


図 2: 量子版修正 TAP 方程式による復号過程

していくことも目的とする。この試みとして印刷技術として用いられるデジタル・ハーフトーン処理、及び、逆デジタル・ハーフトーン処理の情報統計力学の方法を用いて定式化、CDMA マルチユーザ復調器の MAP 解の個数の Tanaka-Edwards 法に基づく計数、インターネット・トレーディングシステムにおける第 1 通過時間の解析、不規則性を持つ壺模型における占有分布の冪則とボース凝縮の関係についての数理解析が成果として得られた。

計画期間の後半では、量子揺らぎを用いた確率的情報処理の処理過程(動的側面)を調べるため不可欠な量子スピン系(量子横磁場イジング模型)のダイナミクスの解析に対し、量子モンテカルロ法に基づく確率過程で状態更新する系のミクロなマスター方程式から秩序変数などのマクロ量の従う方程式を導出する方法を提案し、無限レンジ強磁性イジング模型、画像復元などに用いられるランダム磁場イジング模型に対してその妥当性を調べた(図 3 参照)。

この方法はスピングラスなどのランダムネスがスピン間結合に現れる数理モデルにも応用できる広汎な拡張性を持っている。

本計画研究を通じて上記以外にも

- (1) 少数系および熱力学的極限における量子アニーリングの性能評価
- (2) ランダムネスを含む無限レンジ量子横磁場反強磁性体模型の相転移の解析
- (3) 金融データの変動時間間隔の待ち行列理論に基づく解析とその実データとの整合性検証
- (4) 動画像処理における移動速度場と確率モデルの同時ベイズ推定方法の提案
- (5) 遺伝的アルゴリズムにより生成される遺伝子配列からのギブス分布の学習
- (6) BOIDS による群れシミュレーションにおける異质性創発現象の数値的検証
- (7) ゲーム理論に基づくダブルオークション市場の確率モデル

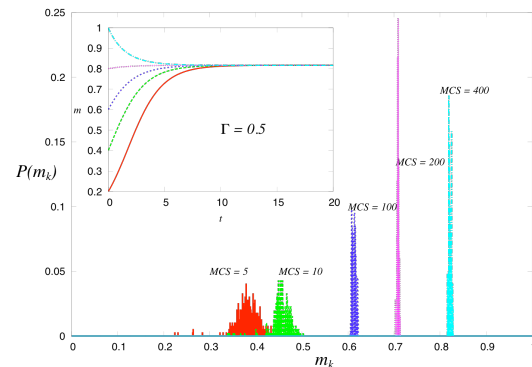


図 3: 量子横磁場イジング模型の磁化の発展

に関する研究成果が得られた。1)2)は「深化」軸に関するものであり、3)-7)は「展開」軸についての成果である。4)-7)は指導する大学院生との共同研究であり、特に 6)は計測自動制御学会システム・情報部門学術講演会 2009(SSI2009)で奨励賞を受賞した。これらことから、院生の育成という将来の展開を見据えた意味での成果も得られたことがわかる。

5. 主な発表論文等(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 34 件)

- ① J. Inoue, Deterministic flows of order-parameters in stochastic processes of quantum Monte Carlo method, Journal of Physics : Conference Series (Proceedings of IW-SMI2010), 出版予定 (2010).
- ② A.K. Chandra, J. Inoue and B.K. Chakrabarti, Quantum phase transition in a disordered long-range transverse Ising antiferromagnet, Physical Review E, Vol. 81, 02110 (11pages) (2010).
- ③ Y. Saika, J. Inoue, H. Tanaka and M. Okada, Bayes-optimal inverse halftoning and statistical mechanics of the Q-Ising model, Central European Journal of Physics, Vol. 7, pp. 444-456 (2009).

④ J. Inoue, Y. Saika and M. Okada, Quantum mean-field decoding algorithm for error-correcting codes, Journal of Physics: Conference Series, Vol. 143, pp. 012019-1 - 012019-10 (2009).

⑤ B. K. Chakrabarti, A. Das and J. Inoue, Analysis of a long-range random field quantum antiferromagnetic Ising model, European Physical Journal B: Condensed Matter Physics, vol.51, pp. 321-329 (2006).

〔学会発表〕（計 54 件）

① J. Inoue and N. Sazuka, Queuing Theoretical Analysis of First Passage Processes in Foreign Currency Exchange Rate, Research Workshop of the Israel Science Foundation Statistical Physics and Its Applications to Complex Problems in Communication, 2007 年 3 月 14 日, Eilat, Princess Hotel, Israel [招待講演]

② J. Inoue, Y. Saika and M. Okada, On the convergence of quantum-mechanical variant of the Thouless-Anderson-Palmer equation, International Workshop on Quantum Phase Transition and Dynamics: Quenching, Annealing and Quantum Computation, 2009 年 2 月 6 日, Saha Institute of Nuclear Physics, Kolkata, India [招待講演]

③ J. Inoue and J. Ohkubo, Condensation phenomena and wealth re-distribution: Statistical-mechanical analysis of disordered urn models, Econophysics-Kolkata IV: International Workshop on Econophysics of Games and Social Choices, 2009 年 3 月 12 日, Indian Statistical Institute, Kolkata, India [招待講演]

〔図書〕（計 1 件）

① 井上純一「ビギナーズガイド情報理論」  
ブレアデス出版, 2008 年 9 月（総 167 ページ）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：

国内外の別：  
〔その他〕  
ホームページ等

[http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j\\_inoue/](http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

井上 純一 (JUN-ICHI INOUE)  
北海道大学・大学院情報科学研究科・准教授  
研究者番号：30311658

### (2) 研究分担者

雑賀 洋平 (YOHEI SAIKA)  
和歌山工業高等専門学校・電気情報工学科・准教授  
研究者番号：40280432

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：