

研究種目：特定領域研究

研究期間：2006～2009

課題番号：18079007

研究課題名（和文） 代数幾何学的方法による情報物理学理論の確立

研究課題名（英文） Establishment of Information Physics based on algebraic geometry

研究代表者

渡邊 澄夫 (WATANABE SUMIO)

東京工業大学・精密工学研究所・教授

研究者番号：80273118

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・感性情報学・ソフトコンピューティング

キーワード：代数幾何、学習理論、特異点、学習の状態方程式、双有理不変量

#### 1. 研究計画の概要

情報科学・統計科学・生命科学において現われる確率モデルは、パラメータとモデルが一对一に対応せず、フィッシャー情報行列が縮退しているため特異モデルと呼ばれている。特異モデルは広汎な応用を持つにも関わらず、その数学的性質は未解明であり、従来の統計学ではその挙動を捉えることはできなかった。このため、情報科学的な設計法も確立されていなかった。本研究では代数幾何学的方法に基づいて特異モデルの数学的な性質を解明し、情報科学的な設計方法の基盤を構築する。具体的には、汎化誤差と学習誤差の間に成り立つ関係を解明し、学習誤差から汎化誤差の推測が可能になるような理論を構築する。

#### 2. 研究の進捗状況

特異モデルの学習が、二つの双有理不変量である実対数関数と特異ゆらぎによって記述されることを明らかにし、ベイズ汎化誤差、ベイズ学習誤差、ギブス汎化誤差、ギブス学習誤差の間に成り立つ「学習の状態方程式」を発見した。学習の状態方程式は、真の分布、学習モデル、事前分布が何であっても成立し、学習誤差の情報から汎化誤差の情報を不偏推定することができる。また学習の状態方程式は、真の分布が学習モデルに含まれていなくても成立するため、真の分布についての情報がまったく不明である場合にも応用することができる。

#### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している  
(理由)

本研究を始める前には、ベイズ学習誤差が実対数関数で記述されることは知られていたが、4つの誤差の間に一般的な関係式があることは知られていなかった。学習の状態方程式は、統計的正則モデルのAICやTICを特殊な場合として含む極めて一般的な公式であり、真の分布が学習モデルに含まれていない場合でも、また真の分布が学習モデルの特異点に相当する場合でも成立することが明らかになった。一般に、理論研究において、このような学術の進歩は計画したからと言って可能になるとは限らないのであるが、本研究では、学術的に真に革新的な公式が発見できた。これはフィッシャーによる統計的正則モデルの漸近理論が構築されて以来の統計学の実質的な進展であり、今後の統計学の基礎となるものである。

#### 4. 今後の研究の推進方策

本研究において発見された学習の状態方程式は、学習モデルの最適化やハイパーパラメータの設計に応用することができるので、極めて広い応用を有している。残りの一年間において、それらの問題の中での有効性を確認し、残課題を明確にすることを挙げる。また、学習の状態方程式は、代数幾何学と統計学の深い関係を解明したものであるが、国際会議で数回の招待講演を行っているにも関わらず、研究者の宣伝能力が不十分であるため、まだ世界の研究者からは十分に知られるようにはなっていない。今後は、得られた研究成果を世界に知らせることに努力し、学術の発展と同時に人類の幸福に寄与したいと願っている。

5. 代表的な研究成果  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

- ① Kenji Nagata, Sumio Watanabe. Asymptotic Behavior of Exchange Ratio in Exchange Monte Carlo Method. Neural Networks, Vol. 21, No. 7, pp. 980-988, 2008. 査読有.
- ⑥ S. Nakajima, S. Watanabe. Variational Bayes Solution of Linear Neural Networks and its Generalization Performance. Neural Computation, vol.19, no.4, pp.1112-1153, 2007. 査読有.
- ⑨ K. Watanabe, S. Watanabe. Stochastic complexities of gaussian mixtures in variational bayesian approximation. Journal of Machine Learning Research, Vol.7, pp.625-644, 2006. 査読有.

[学会発表] (計 32 件)

- ⑨ Sumio Watanabe. What we can estimate about singularity from random samples. Seasonal Institute of the mathematical society of Japan, July 28 - August 8, 2008, Kyoto, Japan.
- ⑩ Sumio Watanabe. Algebraic Geometry, Empirical Process, and Singular Model Evaluation. Algebraic Methods in Systems Biology and Statistics, September 14-17, 2008, Research Triangle Park, NC, USA.
- ⑪ Sumio Watanabe. Algebraic geometrical method in singular statistical estimation. Algebraic Statistics, December 15-18, 2008, Berkeley, USA.

[図書] (計 2 件)

- ① 渡辺澄夫, “代数幾何と学習理論,” 森北出版, 218 ページ, 2006.
- ② S. Watanabe, Algebraic Geometrical Method in Singular Statistical Estimation, in “Quantum Bio-Informatics, pp.325-336, World Scientific, (Singapore), 2008.

[その他]

ホームページ  
<http://watanabe-www.pi.titech.ac.jp/~swatanab/index-j.html>