

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2006～2009

課題番号：18204001

研究課題名(和文) 格子、保型形式とモジュライ空間の研究

研究課題名(英文) Research on lattices, automorphic forms and moduli spaces

研究代表者

金銅 誠之 (Shigeyuki Kondo)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号：50186847

研究分野：代数幾何学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：モジュライ、保型形式、有界対称領域、格子理論、K3曲面

1. 研究計画の概要

近年、代数幾何学、ミラー対称性をはじめとする数理物理学、ムーンシャイン予想と関係した有限単純群論等に、格子や保型形式がしばしば登場している。本研究の主目的は、代数幾何学にとどまらずこれら周辺分野も視野に入れた広い観点に立ち、格子理論や保型形式論を用いた代数多様体の自己同型群やモジュライ空間の研究をすることである。特に種数 3、4、5、6 の曲線、Del Pezzo 曲面、K3 曲面、エンリケス曲面、ケーラー・シンプレクティック多様体、カラビ・ヤウ多様体等のモジュライ空間を幾何学的観点および保型形式論的観点の両面から研究する。さらに K3 曲面の幾何学と有限単純群や Moonshine 予想、ミラー対称性予想、Kac-Moody-Lie 環、保型形式との関係を明らかにしていく。

2. 研究の進捗状況

(1) 代表者は種数 3 の代数曲線(次数 2 の Del Pezzo 曲面)のモジュライに関する Coble の古典的結果を、IV 型有界対称領域上の保型形式論を用いて再展開することに成功した。楕円曲線の代数的および解析的両面からの結果の高次元版にあたる結果である。また種数 6 の代数曲線のモジュライを IV 型有界対称領域の算術商として記述し、その Satake-Baily-Borel のコンパクト化を調べた。

(2) 偏極 K3 曲面のモジュライに関しては未だ明らかでない点が多いが、偏極次数が小さい K3 曲面のモジュライ空間の記述を行いモジュライの単有理性を示す結果を得た。

(3) 正標数の K3 曲面の研究で超特異 K3 曲面と呼ばれるものの研究を行い、標数が小さい場合に、その幾何的構造を格子理論を用い

て明らかにし、モジュライの構造も部分的ではあるが明らかにした。有限単純群に現れるあるコード理論を用いた結果である。

(4) 代数曲線のモジュライ空間のトートロジカル環の生成元の帰納的關係式を得た。

(5) K3 曲面の高次元版カラビ・ヤウ多様体、超ケーラー多様体の類似としてエンリケス曲面の高次元化に着手し一定の結果を得た。カラビ・ヤウ多様体や超ケーラー多様体の幾何学的研究も行った。

(6) 3次元トーリックカラビ・ヤウ多様体上で定義された位相的弦理論の分配関数の構成要素である topological vertex を拡張した refined topological vertex の研究を行った。ゲージ理論のインスタントンの数え上げから定義される Nekrasov の分配関数との関係を明らかにした。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

理由：Del Pezzo 曲面のモジュライに関する保型形式を用いた研究成果や格子理論を用いた超特異 K3 曲面の研究など、研究目的にそった成果があがっている。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 20年度に引き続き、IV型領域上の保型形式を用いたモジュライ空間の射影モデルの構成およびコンパクト化を調べ、古典的結果との関係を明らかにする。作年度完成した次数 2 の del Pezzo 曲面の結果を他の次数の場合、および Coble 曲面と呼ばれる場合に拡張する。次数 4 の del Pezzo 曲面の場合には、射影モデルは古典的

に知られているが、保型形式の構成は新たなものであり、一連のdel Pezzo 曲面の研究の最後のパーツに当たる研究である。Coble 曲面の場合には、保型形式を構成しているが、この保型形式に対応する Cross ratioに相当する概念の構成を試みる。

(2) 正標数の場合も含めて、代数閉体上で定義されたK3曲面に自己同型として作用する有限群の性質を研究し分類を行う。さらに標数3のフェルマー4次曲面の自己同型群の記述に取り組む。エンリケス曲面に作用する有限自己同型の研究を行う。

(3) 研究テーマ「Moduli and Discrete Groups」で国際研究集会を開催し、海外から関係する研究者十数名を招聘し、本研究についての情報発信と研究討論を行う。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 40 件)

- 1) H. Awata, H. Kanno, Refined BPS state counting from Nekrasov's formula and Macdonald functions, to appear in Int. J.

Mod. Phys. A24 (2009) (査読有り).

- 2) Shigeyuki Kondo, The moduli space of 8 points on P^1 and automorphic forms, Contemporary Math., AMS., vol. 422 (2007), 89—106 (査読有り).

- 3) Ichiro Shimada, Moduli curves of supersingular K3 surfaces in characteristic 2 and Artin invariant 2, Proc. Edinb. Math. Soc., vol. 49 (2006), 435—503 (査読有り).

[学会発表] (計 85 件)

- 1) Shigeyuki Kondo, Non-symplectic automorphisms of K3 surfaces and ball quotients, Active period on Moduli Jun-Jul 2008 at Warwick, 2008年7月7日 U. of Warwick

- 2) Shigeyuki Kondo, The moduli of plane quartics and Borcherds products, Modular forms and Moduli spaces, Satellite meetings for festival dedicated to 300th birthday of Leonhard Euler, Saint-Petersburg, Russia, 2007年7月4日