

研究種目：基盤研究 (A)

研究期間：2006～2009

課題番号：18204007

研究課題名 (和文) 大規模相互作用系の確率解析

研究課題名 (英文) Stochastic analysis on large scale interacting systems

研究代表者

舟木 直久 (FUNAKI TADAHISA)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：60112174

研究分野：確率論

科研費の分科・細目：数学・数学一般 (含確率論・統計数学)

キーワード：確率論、解析学、統計力学、応用数学、数理物理、関数方程式論

## 1. 研究計画の概要

莫大な自由度を有し複雑な相互作用を持つ系を対象として、確率解析および非線形偏微分方程式論の手法を多面的に組み合わせることにより研究を行う。具体的には、次のような問題等を想定している。

(1) 特異性を持つ界面模型について、特に流体力学極限、自由境界問題などに関する解析を進める。

(2) ランダムウォーク模型に関わる相転移現象の数理的な基礎付け、さらにその精密な解析を行う。

(3) ランダム行列の理論に動機付けられた相互作用ブラウン粒子系の構成とその特徴の解明を目指す。また、対応するヤング図形の極限図形について調べる。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 統計力学あるいは場の量子論において基本的道具として用いられる FKG 不等式および BL (Brascamp-Lieb) 不等式について、確率解析に基づく証明を与えた。特に、BL 不等式について、非 Gauss 測度との比較あるいは非凸ポテンシャルの扱いを可能にした。関連して、Bessel 過程やその冪、あるいは局所時間などに関する Wiener 型確率積分について BL 不等式や Hardy の不等式などを用いて論じた。

(2) ランダムウォークにピンニングの効果 (原点へのジャンプ) を加えて得られるマル

コフ連鎖に対して、見本路大偏差原理を示すことができる。もし、その速度汎関数の最小点が一意ならば、スケール変換されたマルコフ連鎖に対して大数の法則が成立し、一意的な最小点が極限になる。しかし、最小点が 2 個以上ある場合には、極限の特定は非自明である。本研究では、さらにそのような場合を考察し確率評価の精密化を行うことによりスケール極限として現れる最小点を決定した。極限は、次元およびマルコフ連鎖の最終時刻での状態により異なることが示された。場合によっては 2 つの最小点が共存すること、すなわち極限においてともに正の確率で生き残ることがあり得ることを示した。対応する臨界指数についても詳しく調べた。

(3) 研究分担者の長田は、Ginibre 点過程について、有限粒子系近似に関するモーメントの一樣評価を行った。また、フラクタル上の拡散過程に関する研究を行った。

(4) 研究分担者のヴァイスは、水面波の 2 次元モデルにおける解の存在および定性的な振る舞いを考察し、幾何学的手法により、特異点の角度が  $2/3$  になるという拡大ストークス予想を証明した。さらに、過度が 0 でないときにもストークス予想が正しいことを示した。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

(理由)

FKG 不等式、BL 不等式、Bessel 過程といった基礎的対象物から、ランダムウォーク

に関わる臨界現象、ランダム行列理論における Ginibre 点過程、界面模型に現れる自由境界問題など、当初の研究計画に沿った幅広いテーマについて研究は極めて順調に進展している。

#### 4. 今後の研究の推進方策

(1) ピンニングを持つランダムウォークに対する結果を、界面模型、すなわちランダム場に拡張するための研究が現在進行中である。3次元以上の空間でピンニングの影響が十分強ければ極限図形の決定が可能であろうと予想される。今年度中にこの研究を完成させる予定である。

(2) ヤング図形のサイズが大きくなるときの極限図形について、流体力学極限の手法を用いた新しいタイプの研究を進めている。平衡系については、Wulff 図形を一般化した Vershik 曲線や Cerf-Kenyon 曲面の導出が知られているが、これらを非平衡系に拡張する試みである。

(3) 流体力学、物理学、工学など他分野の研究者との交流を通じ、今後の研究の幅を広げる可能性を探って行きたいと考えている。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)(合計数は研究代表者・研究分担者4名分に限る)

[雑誌論文](計26件)

E. Bolthausen, T. Funaki and T. Otobe: Concentration under scaling limits for weakly pinned Gaussian random walks, *Probab. Theory Relat. Fields*, 143 (2009), 441—480.

T. Funaki and K. Toukairin, Dynamic approach to a stochastic domination: The FKG and Brascamp-Lieb inequalities. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 135 (2007), 1915—1922.

J. Andersson and G.S. Weiss, A parabolic free boundary problem with Bernoulli type condition on the free boundary, *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, 627 (2009), 213—235.

[学会発表](計40件)

舟木直久、大規模相互作用系の確率解析

とその展開、日本数学会秋季総合分科会総合講演、東北大学、2007年9月22日。

舟木直久、A stochastic heat equation with the distributions of Lévy processes as its invariant measures, The 7th World Congress in Probability and Statistics, invited session, Singapore, 2008年7月16日。

長田博文、Interacting Brownian motions related to random matrices, 32nd Conference on Stochastic Processes and their Applications, plenary talk, 米国イリノイ大学、2007年7月7日。

[図書](計1件)

[産業財産権]  
出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

[その他]  
ウェブページ  
<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/funaki>