

平成 21 年 4 月 28 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18300003

研究課題名 (和文) 一般化エントロピーの数理による、ベキ分布にしたがうデータの
情報生成構造の解明研究課題名 (英文) Elucidation of information structure exhibiting power-law
distribution in the mathematical framework of generalized entropies

研究代表者

須鎗 弘樹 (SUYARI HIROKI)

千葉大学・大学院融合科学研究科・准教授

研究者番号：70246685

研究分野：情報数理

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：一般化エントロピー，ベキ分布，Tsallis エントロピー，非加法性

1. 研究計画の概要

我々の身の回りで観測されるデータがしたがう分布は、指数関数型とベキ関数型に大別される。前者の指数関数型の分布については、従来の確率論・情報理論・統計力学などで、頻繁に取り扱われてきたが、ベキ関数型の分布については、部分的に多くの試みがあるものの、指数関数型ほど、統一的な扱いは、未だ存在していない。本研究計画では、我々研究組織の最近の結果を背景にして、一般化エントロピーによって、ベキ関数にしたがうデータが発生するしくみの解明を目指す。実際、指数関数型の分布にしたがうデータの発生機構については、シャノンエントロピーを用いて、情報理論・統計力学において、統一的に記述されている。そのことから、一般化エントロピーが、ベキ分布の発生機構の解明に重要な役割を演じると十分考えられる。

2. 研究の進捗状況

Tsallis エントロピーや Renyi エントロピーなどの一般化エントロピーの最大化によって、ベキ分布の発生機構を説明するだけでなく、その数理的背景には、非常に基本的な非線形微分方程式 $dy/dx=y^q$ が存在し、この非線形微分方程式で支配される数理ゆえに、様々なベキ分布が発生することがわかってきた。また、その数理は、マルチフラクタルの基礎をなしており、複雑系などの分野の従来の成果とも符合することがわかってきた。また、その数理的展開として、 q -積という新しい代数構造・Jackson の q -微分演算子に関わる非可換構造・情報幾何における重要な計量である α -ダイバージェンスと Tsallis 相対エントロピーの一致性 (ただし、

$q=(1-\alpha)/2$) から見られる幾何構造など、従来まで見られなかった他分野との豊かな結びつきが明らかになりつつある。ただし、これらは、ベキ分布の生成の重要な数理ではあるものの、近年のネットワーク科学などで観測される、ベキ分布の発生機構を必ずしも網羅しているとは限らないこともわかってきた。例えば、スケールフリーネットワークの生成アルゴリズムとして有名な BA アルゴリズムは、優先的選択という、わかりやすいしくみを含むものの、先に述べたマルチフラクタルの範疇では扱えないと思われる。しかし、本研究のこれまでの成果によって、先に述べた新しい数理構造とその展開、そして今まで見えなかった他の数理との関係が明らかになりつつあり、指数関数の数理を含む新しい展開が可能になってきた。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

前節で述べた数理の新しい展開が見られるようになってきたことは、やや予想外の大きな成果であると考えている。研究を始めた当初は、我々が扱っている数理に、代数構造・非可換構造・幾何構造などの豊かな数理とその他分野への結びつきは、思い至らなかった。その意味で、おおむね順調に進展していると考えている。一方、スケールフリーネットワークとの明確な結びつきを期待していたものの、その数理的な関係は、未だに不明であり、むしろ希薄であるとすら今では考えられる。マルチフラクタルの数理は、ベキ分布の発生機構として、上で述べた豊かな構造をもつ、重要な数理であるが、昨今のスケ

ールフリーネットワークの研究を鑑みると、その数理は、さらに大きく拡張できる可能性があるのかもしれないが、これは、今後の課題であろう。

4. 今後の研究の推進方策

平成 21 年度は、本研究計画の最終年度である。その総仕上げの意味において、7 月に京都で、国際ワークショップを開催する予定である。([その他]の項目を参照。)このワークショップでは、今まで、本研究課題に深く関連して、別々に研究してきた数理研究者(統計物理学者、情報幾何学者など)の第一線の研究者を国内外から招待して、研究討議を行うことを目的とする。このワークショップにおける議論と成果により、本研究課題であるベキ分布の発生機構の解明の数理に関して、より深い理解を得たいと考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① T. Wada and A.M. Scarfone, Asymptotic solutions of a nonlinear diffusive equation in the framework of κ -generalized statistical mechanics, Eur. Phys. J. B, 掲載予定, 2009, 査読有.
- ② A.M. Scarfone, H. Suyari and T. Wada, Gauss' law of error revisited in the framework of Sharma-Taneja-Mittal information measure, Central European Journal of Physics, 掲載予定, 2009, 査読有.
- ③ S. Furuichi, K. Kuriyama & K. Yanagi, Trace inequalities for products of matrices, Linear Algebra and its Applications, vol. 430, 2271-2276, 2009, 査読有.
- ④ S. Furuichi, On the maximum entropy principle and the minimization of the Fisher information in Tsallis statistics, J. Math. Phys., vol. 50, 013303-1 ~ 013303-12, 2009, 査読有.
- ④ 須鎗弘樹, Tsallis 統計力学の背景と新展開, 日本物理学会誌, vol. 63, 450-454, 2008, 査読無.
- ⑤ H. Suyari and T. Wada, Multiplicative duality, q -triplet and (μ, ν, q) -relation derived from the one-to-one correspondence between the (μ, ν) -multinomial coefficient and Tsallis entropy S_q , Physica A, vol. 387, 71-83, 2009, 査読有.
- ⑥ T. Wada and H. Suyari, A two-parameter generalization of Shannon-Khinchin axioms and the uniqueness theorem, vol. 368,

199-205, 2007, 査読有.

[学会発表] (計 6 件)

- ① T. Wada, A nonlinear drift which leads to κ -generalized distributions in Gauss' law of error, Application of Physics in Financial Analysis 7-th International Conference, 2009年3月2日-4日, 東工大 大岡山キャンパス
- ② K. Yanagi, S. Furuichi & K. Kuriyama, Generalized Wigner-Yanase skew information and generalized Fisher information, 2008 Inter. Symp. on Info. Th. and its Appl., 2008年12月8日, The Lahgham Hotel (New Zealand).
- ③ 須鎗弘樹, エントロピーの公理的定式化から複雑系の理論へ(招待講演), 第31回情報理論とその応用シンポジウム, 2008年10月8日, 鬼怒川温泉あさやホテル(日光市)
- ④ S. Furuichi, K. Kuriyama and K. Yanagi, On trace inequalities for products of matrices, 15th International Linear Algebra Society Conference, 2008年6月16日, Cancun, Mexico
- ⑤ T. Wada, Generalized log-likelihood functions and Bregman divergences, Int. Conf. in Stat. Phys. (SigmaPhi2008), 2008年7月17日, Orthodox Academy of Crete, Greece.
- ⑥ H. Suyari, Tsallis entropy as a lower bound of average description length for the q -generalized code tree, 2007 IEEE Inter. Symp. on Info. Th. (2007IEEE-ISIT), 2007年6月26日, Acropolis Congress and Exhibition Center, Nice, France

[その他]

最終年度(平成 21 年度)に行われる国際ワークショップのホームページ
<http://www.icsd3.tj.chiba-u.jp/~rims2009/>