

平成 21 年 4 月 3 日現在

研究種目：基盤研究 (B)
研究期間：2006～2009
課題番号：18340006
研究課題名 (和文) 簡約代数群のエルパケットの研究

研究課題名 (英文) On L-packets of reductive algebraic groups

研究代表者

齊藤 裕 (SAITO HIROSHI)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：20025464

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・代数学
キーワード：数論、保型表現

1. 研究計画の概要

(1) エンドスコピー、エルパラメーターの理論は、簡約代数群の表現の理論において、重要な役割を果たすと思われるが、この研究の第一の目標は、エンドスコピー、エルパラメーターの理論と、局所体、大局体上の簡約代数群の保型表現の関係を探ることである。

(2) もう一つの目標は、簡約代数群のエルパケット、アーサーパケットの決定、特に表現の制限即の記述による、特殊線形群、特殊ユニタリ群の **inner form** のエルパケット、アーサーパケットの決定である。

2. 研究の進捗状況

(1) 一番目の目的に関しては、多くの成果をあげた。一つは、池田、市野両名により保型表現の制限即に関する重要な予想である **Gross-Prasad** 予想における、エンドスコピーの果たす役割が明確になり、より精密な予想が確定したことである。元々の予想の或る定数が実は、エンドスコピーの理論から導かれる定数であることを予想し、いくつかの場合にこれを検証した。また池田、市野、平賀により、局所体上の許容表現の形式的次数が、エルパラメーターの **adjoint** 表現のガンマ因子を用いて表されるという予想を提出し、これを、いくつかの重要な場合に確かめた。これらの研究はさらに進展中である。

(2) 平賀、齋藤は、表現の制限則と跡公式を用いることにより、特殊線形群の **inner form** の **tempered** エルパケットの構造を、局所

体の場合には、完全に、大局体の場合もほぼ完全に決定した。これは、これまで得られていた、**Labesse-Langlands** の結果を一般化するものであり、**Vogan** のより導入された、エルパラメーターに対する **S** 群が自然なものであることを示している。この **S** 群は、より一般の代数群のエルパケットを記述する時にも有効であると期待される。さらに平賀は、一般線形群の場合の **Badulescu** の結果を用いることにより、特殊線形群のアーサーパケットの構造を決定した。さらに、特殊ユニタリ群の場合を研究する準備の一つとして、いくつかの場合の表現の制限即と導いた。一つは、**central isogeny** に関するもので、これは (1) の研究への応用が期待される。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

(1) に関しては、予想以上の成果を得ているが、(2) に関しては、ユニタリ群の場合のある係数の性質が不明なことが、特殊ユニタリ群の場合の研究の進展を妨げている。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 第一の研究に関しては、順調に進展しており、予想を確かめるため、さらにいくつかの場合を検討する。これまでの研究は主として、大局体に関するものであったので、局所体の場合も更に多くの例に取り組む。

(2) ユニタリ群のパケットの記述におけるある係数の性質を、跡公式を用いて示す方法

を検討する。これと Debacker による、レベル小さい表現の性質を用いることにより、係数の性質が示されることが期待される。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① 池田保、On the lifting of hermitian modular forms, *Compositio Math.*, 114(2008), 1107-1154, 査読あり
- ② 池田保、市野篤史、On Maass lifts and the central critical values of triple product of L-functions, *Amer. J. Math.*, 130(2008), 75-114, 査読あり
- ③ 齋藤裕、Two remarks on a theore of Prasad, *Pacific Journal of Math.*, 234(2008), 185-199、査読あり-
- ④ 平賀郁、池田保、市野篤史、Formal degrees and adjoint gamma-factors, *Journal of Amer. Math. Soc.*, 21(2008), 283-304、査読あり

[学会発表] (計 1 件)

- ① 平賀郁、On the packets for inner forms of $SL(N)$, Japan-France conference on automorphic endoscopy, 2007年6月12日、CIRM, Luminy, France