

平成21年 4月30日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18340025

研究課題名（和文） 流体力学における幾何学的アプローチ

研究課題名（英文） Geometric approach to fluid mechanics

研究代表者

木村 芳文 (Kimura Yosifumi)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号：70169944

研究成果の概要：

本研究の目的は、乱流を含めた流体の運動学における様々な幾何学的な構造やアイデアを総合的に研究し、数値計算の手法についての提言や流体解析の理解に新たな寄与をすることにあり、以下の項目を主たる研究内容とし、成果を得ることができた。[1] 3次元渦運動のトポロジーと流体輸送、[2] 成層乱流のエネルギースペクトル、[3] 3次元渦糸の衝突解、[4] Burgers 方程式の pole 解の運動方程式の可積分性、[5] 成層乱流の素過程としての渦融合の研究。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	4,600,000	1,380,000	5,980,000
2007年度	4,400,000	1,320,000	5,720,000
2008年度	3,900,000	1,170,000	5,070,000
総計	12,900,000	3,870,000	16,770,000

研究分野： 流体力学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：乱流、流体輸送、渦運動、安定成層、渦糸、渦融合

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者は本研究課題を開始するあたり、科研費として平成8年度～平成11年度に研究課題名：数理学としての乱流の研究[基盤研究(A)(2)]、平成16年度～平成18年度に研究課題名：渦ソリトンにおける流体輸送と3次元カオティックアドベクション[萌芽的研究]なる援助を受け、(1)2次元定曲率曲面上の渦運動、(2)2次元乱流中の非一様楕円渦における軸対称化、(3)渦ソリトンによる流体粒子の輸送などの結果を得ていた。本研究課題はそれらの研究を幾何学的な視点から発展させることを目指した。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、乱流を含めた流体の運動学における様々な幾何学的な構造やアイデアを総合的に研究し、数値計算の手法についての提言や流体解析の理解に新たな寄与をすることにあつた。

流体は Navier-Stokes 方程式（或はその非粘性極限である Euler 方程式）で記述される無限次元力学系であるが、渦や波のような流れの構造が実空間に存在するために、各成分の統計的独立性が失われ速度やその微分などの分布関数は正規分布からのずれを示す。こ

のずれの解明は乱流の統計理論を改良する場合の最大の問題であり、渦の運動や波の相互作用の効果を取り入れた統計理論をつくることは、多くの流体力学者の夢であるとも言える。本研究では、その第一歩として、乱流の素過程としての3次元渦運動とそれに伴う物理過程の研究を進めることを一つの柱とした。

流体のもう一つの特徴は方程式の持つ非線形性にあり、その非線形性の結果、運動エネルギーがフーリエ波数成分間を移動する、いわゆるエネルギーカスケードがおこる。エネルギーカスケードは速度の3体相互作用によって記述されるが、場の理論からの類推により、そのメカニズムに何らかの幾何学な特徴付けが可能であると想像できる。本研究のもう一つの柱はこのエネルギーカスケードにおける幾何学的理解の可能性を多角的に探ることとした。

### 3. 研究の方法

流体现象はその強い非線形性のために乱流のような非常に不規則な運動を生じることもある。流体の運動を記述する Navier-Stokes 方程式は非線形の偏微分方程式であり、一般に非可積分である。しかしながら、流体の非線形性の本質を探求するためにいくつかの単純化されたモデル方程式が知られているが、それらは場合により解析的に扱うことができる。本研究では Navier-Stokes の数値解析をはじめいくつかのモデル方程式について解析的な考察を行なうことによって流体の持つ非線形性を幾何学的視点から捉えることに努めた。また、同種の問題意識を持つ内外の研究者との交流・議論を通して問題の解決法を探ることも重要な研究方法であったと言える。

### 4. 研究成果

主な成果として以下のような結果を得ることができた。

**[1] 成層乱流のエネルギースペクトル:** 定常な成層乱流のエネルギースペクトルを数値計算をもとに考察した。水平方向のエネルギースペクトルは低波数側で波数の $-3$ 乗に、高波数側で $-5/3$ 乗に比例することが観測された。遷移スケールは Ozmidov スケールに係数の補正がかかったものであることが予想されることがわかった。研究の主要な部分はコロラド州の米国立大気研究所において J.R. Herring 博士と共同で行なった。

**[2] 3次元渦糸の衝突解:** オイラー方程式の特異解として3次元空間内に対称に配置された6つの渦対の衝突の問題を考察した。一本の渦糸上の代表点の運動を考えることにより2次元力学系が得られ、その自己相似解について考察を

行なった。

**[3] Burgers 方程式の pole 解の運動方程式の可積分性:** Burgers 方程式の解を pole 展開したときの pole の運動方程式の可積分性を第一積分の存在を具体的に示すことにより証明した。

**[4] 成層乱流の素過程としての渦融合の研究:** 同種の2つの鉛直渦柱に小さな攪乱を加えたものを初期条件として3次元の Navier-Stokes 方程式を Bousinesq 近似の基で数値的に解き、渦融合における成層の影響を議論した。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 23 件)

1. Yoshifumi Kimura, Self-similar collapse of a 3D straight vortex filament model, Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics 103(2009)135-142. (査読有)

2. Masahiko Kanai, Rigidity of the Weyl chamber flow, and vanishing theorems of Matsushima and Weil, to appear in Ergod. Th. Dynam. Sys. 2009. 掲載決定済み(査読有)

3. H. Kodama, Y. Mitsumatsu, S. Miyoshi & A. Mori, On Thurston's inequality for spinnable foliations, To appear in Proc. PAULFEST, Contemporary Math., American Math. Soc. 2009, 掲載決定済み(査読有)

4. Yoshihiko Mitsumatsu, On Bennequin's isotopy lemma and Thurston's inequality, to appear in Proc. ICDG VIII. 2009, 掲載決定済み(査読有)

5. Yoshifumi Kimura, Motion of an Elliptic Vortex Ring and Particle Transport, Proceedings of the IUTAM symposium on Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, turbulence, Moscow, 2006 IUTAM Bookseries, 6 (2008) 119-124. (査読有)

6. Masahiko Kanai, Rigidity of the Weyl chamber flow, and the classical vanishing theorems of Weil and Matsushima, Representation theory and analysis on homogeneous spaces, 25-28, RIMS Kokyuroku Bessatsu, B7, Res. Inst. Math. Sci. (RIMS), Kyoto, 2008. (査読無)

7. T. Nagao and G.J. Rodgers, Spectral Density of Complex Networks with a Finite Mean Degree, J. Phys. A: Math. Theor. 41 (2008) 265002. (査読有)

8. P.J. Forrester and T. Nagao,  
Skew Orthogonal Polynomials and the Partly  
Symmetric Real Ginibre Ensemble,  
J. Phys. A: Math. Theor. 41 (2008) 375003 (査  
読有)
9. Yoshihiko Mitsumatsu & Elmar Vogt,  
Foliations and compact leaves on 4-manifolds I:  
Realization and self-intersection of compact  
leaves, Advanced Studies in Pure Math. "Groups  
of Diffeomorphisms", Math. Soc. Japan, 52,  
415-442, (2008). (査読有)
10. 三松 佳彦;「リーマン様体上の流体運動方  
程式の幾何学的基礎」,日本流体力学会誌「な  
がれ」(特別寄稿), 27-2,41-50, (2008) (査読  
無)
11. B.Deconinck, Y.Kimura & H. Segur, The  
pole dynamics of rational solutions of the viscous  
Burgers equation, J. Phys. A: Math. Theor.,  
40, 5459-5467 (2007). (査読有)
12. Y.Kimura & J. R. Herring, Anomalous  
diffusion in rotating stratified turbulence,  
Proceeding of the Euromech Colloquium 477 on  
Particle-laden flow: From geophysical to  
Kolmogorov scales, University of Twente, 2006  
ERCOFTAC Series 11, 97-102 (2007). (査読  
有)
13. T. Nagao, P. Braun, S. Müller, K. Saito, S.  
Heusler & F. Haake, Semiclassical Theory for  
Parametric Correlation of Energy Levels,  
J. Phys. A: Math. Theor. 40 (2007) 47-63.(査読  
有)
14. T. Nagao & T. Tanaka,  
Spectral Density of Sparse Sample Covariance  
Matrices, J. Phys. A: Math. Theor. 40 (2007)  
4973-4987.(査読有)
15. P.J. Forrester & T. Nagao, Eigenvalue  
Statistics of the Real Ginibre Ensemble,  
Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 050603. (査読有)
16. T. Nagao & K. Saito:  
"Semiclassical Approach to Parametric Spectral  
Correlation with Spin 1/2",  
J. Phys. A: Math. Theor. 40 (2007) 12055-12070.  
(査読有)
17. T. Nagao,  
Pfaffian Expressions for Random Matrix  
Correlation Functions, J. Stat. Phys. 129 (2007)  
1137-1158. (査読有)
18. J.R.Herring, Y.Kimura, R.James, J.Clyne &  
P.A. Davidson, Statistical and Dynamical  
Questions in Stratified Turbulence, in  
Mathematical and Physical Theory of Turbulence,  
A Series of Lecture Notes in Pure and Applied  
Mathematics, Vol. 250 (eds. Cannon,J. &  
Shivamoggi B., Chapman & Hall/CRC) (2006)  
101-113. (査読有)
19. Y. Kimura, Motion of 3D vortex filament and  
particle transport, in Proceedings of the IUTAM  
symposium on Elementary Vortices and  
Coherent Structures: Significance in Turbulence  
Dynamics (ed. S.Kida, Springer) Fluid Mechanics  
and its applications 79, 275-282 (2006). (査読  
有)
20. Kotaro Tsugawa, Global well-posedness  
for the KdV equations on the real line with  
low regularity forcing terms. Commun.  
Contemp. Math. 8 (2006), no. 5,  
pp. 681-713. (査読有)
21. Yoshihiko Mitsumatsu, 'Linking pairing and  
foliated cohomology', Abstracts of the  
International Congress of Mathematicians  
Madrid, 301-302, (2006). (査読有)
22. Yoshihiko Mitsumatsu; 'Convergence of  
contact structure to foliations', Foliations  
2005; Proc. International Conf. Lodz, Poland,  
World Scientific, 353-365, (2006). (査読有)
23. Atsuhide Mori and Yoshihiko Mitsumatsu;  
'On Benequin's isotopy lemma', Appendix to  
'Convergence of contact structure to foliations,  
Foliations 2005; Proc. International Conf. Lodz,  
Poland, World Scientific, (2006), 365-371. (査  
読有)
- [学会発表] (計 50 件)
1. 津川光太郎, Remark on the time local  
well-posedness of the 1D Zakharov system,  
2009年3月29日, 日本数学会年会, 東京大  
学
2. 津川光太郎, Remark on the time local  
well-posedness of the 1D Zakharov system,  
2009年3月11日, 臨時セミナー, パリ南大  
学
3. 三松 佳彦;「Bennequin's isotopy  
lemma」,トポロジープロジェクト研究集会「接触構  
造、特異点、微分方程式及びその周  
辺」,2009年1月30日、岐阜。
4. 三松 佳彦;「Open Book 分解から見た葉

層構造と接触構造の(非)凸性と接触構造の葉層構造への収束」、葉層の微分幾何とベルグマン核, 2008年12月16日, 京都大学数理解析研究所.

5. Y.Kimura & J.R.Herring, Spectral Study of Stably Stratified Turbulence, IUTAM Symposium on Rotating Stratified Turbulence and Turbulence in the Atmosphere and Oceans 2008年12月11日, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK

6. 津川光太郎, 非線形分散型方程式の適切性とフーリエ制限ノルム法, 2008年12月13日, 第3回奈良偏微分方程式研究会, 奈良女子大

7. Y.Kimura & J.R.Herring, Transition in Energy Spectrum of Stably Stratified Turbulence, 61st Annual Meeting of APS/DFD 2008年11月23日, San Antonio, Texas

8. 三松 佳彦; 「Bennequin's isotopy Lemma について」, 葉層構造論シンポジウム, 2008年10月31日, 東京大学玉原国際研究所.

9. 木村 芳文, Stratified Turbulence as an Element of Geophysical Fluid Dynamics, 第20回諸分野のための数学研究会 2008年10月29日 東京大学数理科学研究科

10. Y.Kimura, Self-similar collapse of 2D and 3D vortex filament models, IUTAM Symposium on 150 Years of Vortex Dynamics, 2008年10月16日 Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark

11. 木村 芳文, 2次元乱流と3次元乱流 基盤研究「非線形ダイナミクス」平成20年度第3回研究会、2008年10月8日大阪大学基礎工学研究科未来ラボ研究システム

12. Y.Kimura, Transition in Energy Spectrum for Forced Stratified Turbulence, Workshop on Inertial-Range Dynamics and Mixing 2008年10月3日 Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK

13. 津川光太郎, Well-posedness for the Schrodinger-improved Boussinesq system in one space dimension, 2008年9月27日, 日本数学会秋期総合分科会, 東京工業大学

14. 津川光太郎, Well-posedness and weak rotation limit for the Ostrovsky equation, 2008年7月14日, Workshop on Partial

Differential Equations, 華東師範大学

15. Yoshihiko Mitsumatsu; On Bennequin's isotopy lemma, VIII International Colloquium on Differential Geometry, July 8, 2008, Santiago de Compostela, Spain

16. 津川光太郎, Well-posedness for quadratic nonlinear Schrodinger equations, 2008年6月13日, 解析セミナー, 愛媛大学

17. 津川光太郎, Well-posedness and weak rotation limit for the Ostrovsky equation, 2008年5月18日, 7th AIMS International conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, テキサス大学

18. Y.Kimura, Self-similar collapse of 3D vortex filament model, Workshop on Singularities in Mechanics: formation, propagation, and microscopic description. 2008年3月17日 Institute of Henri Poincaré, Paris, France

19. 木村 芳文, 流体の特異性について Encounter with Mathematics「第43回 Euler 300歳記念 流体力学・変分学編 始祖の業績と現在・未来への展開」2008年2月21日 中央大学

20. 木村 芳文, 成層乱流のエネルギースペクトル 数理解析研究所共同研究集会「乱流研究の展望:ブレイクスルーを求めて」2008年1月16日~1月18日、京都大学数理解析研究所

21. Y.Kimura & J. R. Herring, Transition in energy spectrum for forced stratified turbulence, American Physical Society/Division of Fluid Dynamics. 60th Annual Meeting 2007年11月19日 Salt Lake City, U.S.A.

22. 津川光太郎, A bilinear estimate related to the Dirac-Klein-Gordon equations and the wave maps in one space dimension, 2007年11月1日, Linear and Nonlinear Waves, No.5, ピアザ淡海

23. 木村 芳文, 定曲率曲面上の渦運動 研究集会「ハミルトン系とその周辺」 2007年11月1日~11月2日、岐阜大学

24. 児玉 大樹, 三松 佳彦, 森 淳秀, 三好 重明; 「葉層構造に対する Thurston の不等式について 1,2,3,4」, 葉層構造論シンポジウム,

2007年10月30日, 31日, 東京大学玉原国際研究所

25. 津川光太郎, Low regularity well-posedness of systems of transport equations, 2007年10月19日, 京都大学 NLPDE seminar, 京都大学

26. Y.Kimura, Self-similar collapse of a filament dodecapole vortex model, EUROMECH Colloquium 491, Vortex dynamics from quantum to geophysical scales 2007年9月14日 Exeter 大学, England.

27. Yoshihiko Mitsumatsu; '2-dimensional foliations and compact leaves on 4-manifolds', Intelligence of Low Dimensional Topology, 2007年8月30日, 大阪市立大学

28. Y.Kimura, Particle dispersion and structure formation in rotating stratified turbulence, 第18回 Congres Francais de mecanique 2007年8月28日, Grenoble Domain 大学, France

29. Masahiko, KANAI, Rigidity of the Weyl chamber flow, and the vanishing theorems of Weil and Matsushima, International Conference "Spectral Analysis in Geometry and Number Theory", Nagoya, Japan, August 6, 2007.

30. Yoshihiko Mitsumatsu; '2-dimensional foliations and compact leaves on 4-manifolds', Foliation, Topology, and Geometry, 2007年8月10日, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brazil

31. Y.Kimura, Self-similar collapse of the straight vortex-filament dodecapole, 6th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 2007年7月17日, ETH/Swiss.

32. 津川光太郎, 非線形波動方程式の時間局所適切性, 2007年6月1日, 東京理科大学理工学部数学科談話会, 東京理科大学理工学部

33. Y.Kimura, Growth of vorticity gradient in 2D turbulence, Two-dimensional Turbulence, Lorenz Center, 2007年3月21日, Leiden/Netherlands.

34. 三松 佳彦;「多様体上の流体力学の幾何学的基础付けについて」, 第56回理論応用力学講演会, 2007年3月7日, 日本学術会議, 東京.

35. 三松 佳彦;「4次元多様体上の2次元葉層構造とコンパクト葉」, Geometry and Something, 2007年2月1日, 福岡大学セミナーハウス, 福岡.

36. Y.Kimura & J.R. Herring, Lagrangian Particle Dispersion in Rotating Stratified Turbulence, Sixth International Symposium on Stratified Flows, 2006年12月14日, Perth/Australia

37. 津川光太郎, Well-posedness and weak rotation limit for the Ostrovsky equation, 2006年12月10日, 第4回浜松偏微分方程式研究集会, 静岡大学工学部

38. 三松 佳彦, 「4次元多様体上の2次元葉層とコンパクト葉の構成」, 同相群とその周辺, 2006年12月22日, 京都工芸繊維大学.

39. Y.Kimura & J.R. Herring, Anomalous diffusion in rotating stratified turbulence, American Physical Society/Division of Fluid Dynamics, 59th Annual Meeting, 2006年11月20日, Tampa/U.S.A.

40. 津川光太郎, Well-posedness and weak rotation limit for the Ostrovsky equation, 2006年11月20日, Sapporo Guest House Symposium on Mathematics 22 「Nonlinear wave equations」, Sapporo Guest House

41. 三松 佳彦;「4次元多様体上の2次元葉層とコンパクト葉の自己交差」, 葉層構造論研究集会, 2006年10月24日, 東京大学玉原国際セミナーハウス.

42. Yoshihiko Mitsumatsu; 'Asymptotic linking pairing and foliated cohomology', International Symposium on Groups of Diffeomorphisms 2006, 2006年9月12日, 東京大学.

43. 津川光太郎, Well-posedness and weak rotation limit for the Ostrovsky equation, 2006年9月22日, 日本数学会 2006年度秋季総合分科会, 大阪市立大

44. Y.Kimura, Motion of an Elliptic Vortex Ring and Particle Transport, IUTAM symposium on Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, turbulence, Steklov Mathematical Institute, 2006年8月25日, Moscow/Russia.

45. 金井雅彦, "Weyl chamber flow" の剛性と Weil・松島による古典的な消滅定理, 2006年8

月22日, 表現論シンポジウム, 京都大学数理解析研究所.

46. Yoshihiko Mitsumatsu, `Linking and foliated cohomology', International Congress of Mathematicians Madrid 2006, 2006年8月29日, Madrid.

47. Yoshihiko Mitsumatsu, On Thurston's inequality for spinnable foliations, VII Workshop on Symplectic and Contact Topology (GESTA 2006), 2006年8月16日, Madrid.

48. Masahiko, KANAI, Infinitesimal rigidity of the Weyl chamber flow via the vanishing theorem of Weil, July 23-29, 2006, "Geometric Group Theory, Hyperbolic Dynamics and Symplectic Geometry", Oberwolfach, Germany.

49. Y.Kimura & J.R.Herring, Anomalous diffusion in rotating stratified turbulence, Euromech Colloquium 477 on Particle-laden flow: From geophysical to Kolmogorov scales, University of Twente, 2006年6月21日, Enschede/Netherland

50. 津川光太郎, A remark on Koch-Tzvetkov type estimates, 2006年5月24日, 研究集会「非線形分散型・波動方程式における解の漸近挙動」, 数理解析研究所

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

木村 芳文 (Kimura Yoshifumi)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授  
研究者番号: 70169944

### (2) 研究分担者

金井 雅彦 (Kanai Masahiko)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授  
研究者番号: 70183035

永尾 太郎 (Nagao Taro)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授  
研究者番号: 10263196

津川 光太郎 (Tsugawa Kotaro)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・准教授  
研究者番号: 10263196

### (3) 連携研究者

三松 佳彦 (Mitsumatsu Yoshihiko)  
中央大学・理工学部・教授  
研究者番号: 70190725