

様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 21 年 4 月 10 日現在

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006～2008

課題番号：18340029

研究課題名（和文）数理ファイナンス：インサイダーモデルと Malliavin Calculus の応用

研究課題名（英文）Mathematical Finance: Insider Models and Applications of Malliavin Calculus

研究代表者

KOHATSU-HIGA ARTURO

大阪大学・大学院基礎工学研究科・准教授

研究者番号：80420412

研究成果の概要：インサイダー取引モデルでは株の値段がジャンプすることを認めるとインサイダーが将来の情報があってもリスクが残ることによって市場の均衡が起こる可能性がある。また、Back モデルの拡張について結果が得られた。確率微分方程式タイプのモデルにも提案した。

確率微分方程式の数値解析では径路方法を構成し、いろんな場合に使えることを期待している。また、密度関数のシミュレーションに対して、分散減少法を作つて、その解析ができた。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合 計
2006 年度	3,300,000	990,000	4,290,000
2007 年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2008 年度	2,800,000	840,000	3,640,000
年度			
年度			
総 計	8,700,000	2,610,000	11,310,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：確率論

1. 研究開始当初の背景

インサイダー取引モデルでは Kyle-Back モデルしか存在しなく、このモデルを元にしてインサイダー情報について研究するべきであった。密度関数のシミュレーションがいろんな分野で重要であるので Malliavin 解析を使って新しい方法を提案する必要があった。特に多次元の場合、Malliavin 解析による部分積分公式を使うと curse of dimensionality の現象が起こる。

2. 研究の目的

Kyle-Back モデルを深く勉強し、同じ現象を起こすモデルを作つてできる限り最適ポートフォリオ問題の解を具体的に書く。また、

有限な utility になるため条件を見つける。多次元密度関数のシミュレーション計算のために新しい方法を作り、さらに分散減少法を作つて、できる限り数学的に性質を証明し、シミュレーションによる成果を計る。

3. 研究の方法

インサイダー取引問題を勉強するためにフィルトレーション拡張という方法と制御論を組み合わせ、新しい方法を検討する。特に Anticipating Calculus という理論を使う。

密度関数のシミュレーション方法を作るために Malliavin-Thalmaier 公式を検討し、適用可能性を調べる。また、pilot study 方法について分散減少法として検討する。

4. 研究成果

インサイダー取引モデルでは、株の値段がジャンプすることを認めるとインサイダーが将来の情報があつてもリスクが残ることによって市場の均衡が起こる可能性がある。また、Back モデルの拡張について結果が得られた。確率微分方程式タイプのモデルにも提案した。インサイダー取引モデルに関して提案したモデルが完全にできたが 専門家の反応を待ってる。

確率微分方程式の数値解析では径路方法を構成し、いろんな場合に使えることを期待している。また、密度関数のシミュレーションに対して、分散減少法を作つて、その解析ができた。特にリスク理論では分布のティルの計算が目的である。ファットティルの確率分布を同分布として持つ独立確率変数の和の分布の極限定理の研究を行い、ティルの分布について精密な評価を得た。

数値解析ではジャンプ型モデルにも径路法が適用できることを検討している。また、楠岡近似を実現するために Runge-Kutta 型方法を導入し、ジャンプ型モデルに適用できるか検討している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 39 件)

- ① A. Kohatsu-Higa and H. Tanaka. An Operator Approach for Markov Chain Weak Approximations with an Application to Infinite Activity Lévy Driven SDEs. In press in Annals of Applied Probability. 査読有
 - ② A. Kohatsu-Higa and K. Yasuda. Estimating Multidimensional Density Functions using the Malliavin-Thalmaier Formula. In press in SIAM Journal of Numerical Analysis. 査読有
 - ③ S. Ninomiya, ``A new weak approximation scheme of stochastic differential equations and the Runge-Kutta method'', (with Mariko Ninomiya), Finance and Stochastics (In press) 査読有
 - ④ S. Aida, Semi-classical limit of the lowest eigenvalue of a Schrödinger operator on a Wiener space : II. $\$P(\varphi)_2\$$ -model on a finite volume, in press in Journal of Functional Analysis. 査読有
 - ⑤ S. Kusuoka. A Remark on the Asymptotic Expansion of density function of Wiener Functionals (with H. Osajima), in press in J. Funct. Analysis. 査読有
 - ⑥ J. M. Corcuera and A. Kohatsu-Higa.
- Statistical Inference and Malliavin Calculus. In press in Seminar on Stochastic Analysis, Random Fields and Applications V : Centro Stefano Franscini, Ascona, Robert C. Dalang, Marco Dozzi, Francesco Russo, editors. Birkhauser. 査読有
- ⑦ A. Kohatsu-Higa and K. Yasuda. A review of recent results on Malliavin Calculus and its applications. In press in Radon Series on Computational and Applied Mathematics, Birkhauser. 査読有
 - ⑧ M. Yamazato : On a $\$J_1\$$ convergence theorem for stochastic processes on $\$D[0, \infty)\$$ having monotone sample paths and its applications, The 8-th Workshop on Stochastic Numerics. RIMS kokyuroku 1620 (2009), 109-118. 査読無
 - ⑨ A. Kohatsu-Higa. and M. Yamazato. Enlargement of filtrations with random times for processes with jumps. Stochastic Processes and their applications, vol. 118, 1136-1158, 2008. 査読有
 - ⑩ A. Kebaier and A. Kohatsu-Higa. An Optimal Control Variance Reduction Method for Density Estimation. Stochastic Processes and their applications, Vol. 118, 2143-2180, 2008. 査読有
 - ⑪ S. Aida, Log-Sobolev inequalities with potential functions on pinned path groups, Communications on Stochastic Analysis, Vol. 2, No. 1, April, 2008, 33-51. 査読有
 - ⑫ S. Aida, Hadamard's variation and Poincaré's lemma on a certain non-convex domain, in the Proceedings of RIMS Workshop on Stochastic Analysis and Applications, RIMS. Kokyuroku Bessatsu B6, 2008, 1-14. 査読無
 - ⑬ S. Kusuoka. Consistent estimation of covariation under nonsynchronicity (with T. Hayashi), Stat. Inference Stoch. Process. 11 (2008), no. 1, 93--106. 査読有
 - ⑭ S. Ogawa, Real time scheme for the volatility estimation in the presence of microstructure noise" Monte Carlo Methods and Applications, vol 14, No. 4 (2008), pp. 331-342, de Gruyter. Berlin. 査読有
 - ⑮ 楠岡重雄 株式利益の希薄化を考慮した転換価格修正条項付き転換社債の価格について, 金融研究 第 27 卷(2008) 第 2 号pp. 119-147. 査読無
 - ⑯ H. Nagai and W. J. Runggaldier: PDE

- approach to utility maximization for market models with hidden Markov factors, "Progress in Probability" Seminar on stochastic analysis, random fields and applications, edited by Dalang, R. C. et al. Birkhauser, (2008) 493–506. 査読有
- ⑯ S. Aida. Semi-classical limit of the bottom of spectrum of a Schrödinger operator on a path space over a compact Riemannian manifold, J. Funct. Anal. Volume 251, Issue 1, 59–121, (2007). 査読有
- ⑰ T. V. Nguyen, S. Ogawa, M. Yamazato : A convolution approach to multivariate Bessel processes. Stochastic processes and applications to mathematical finance, 233–244, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007. 査読無
- ⑲ A. Kohatsu-Higa. Models for insider trading with finite utility. Paris–Princeton Lectures on Mathematical Finance Series: Lecture Notes in Mathematics , Vol. 1919, 103–172, 2007. 査読有
- ⑳ S. Ogawa and K. Wakayama, “On a real-time scheme for the estimation of volatility”, Monte Carlo Method and Appl. Vol. 13 No. 1 (2007), pp. 99–116, de Gruyter, Berlin. 査読有
- ㉑ A. Kohatsu-Higa, M. Yamazato : Insider problems for markets driven by Lévy processes, Harmonic, wavelet and p-adic analysis, 363–381, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007. 査読無
- ㉒ H. Nagai: Stopping problems of certain multiplicative functionals and optimal investment with transaction costs, Applied Mathematics and Optimization 55(2007) 359–384 査読有
- ㉓ H. Nagai: A remark on Impulse control problems with risk-sensitive criteria, “Stochastic Processes and Applications to Mathematical Finance”, Eds. J. Akahori, S. Ogawa and S. Watanabe, World Scientific (2007) 219–232. 査読無
- ㉔ S. Ogawa, “Noncausal Stochastic Calculus Revisited”, In “Advances in Deterministic and Stochastic Analysis” (Monograph), pp. 297–320 (2007), World Scientific. 査読無
- ㉕ S. Ogawa, “Noncausal Integral Equations of redholmType”, In “Harmonic, Wavelet and p-Adic Analysis” (Monograph), pp. 331–342 (2007), World Scientific. 査読無
- ㉖ E. Clement, A. Kohatsu-Higa, and D. Lamberton. A duality approach for the weak approximations of stochastic differential equations. Annals of Applied Probability 2006 Vol. 16, No. 3 – August 1124–1154, 2006. 査読有
- ㉗ A. Kohatsu-Higa, and A. Sulem. Utility maximization in an insider influenced market. Mathematical Finance, Vol 16, 1, January 2006, 153–179. 2006. 査読有
- ㉘ S. Ogawa and M. Pontier, “Pricing rule in asymmetric information”, in “ESMAI Probab. Stat” Vol. 11 pp. 80–88, 2006. 査読有
- ㉙ S. Ogawa, V.T. Nguyen and M. Yamazato, “A convolution approach to the multivariate Bessel processes”, In Proceedings of the 6th Ritsumeikan Conference on Stochastic Processes & Applications to Mathematical Finance, (2006), pp 233–245, World Scientific. 査読無
- ㉚ K. Yamauchi, M. Yamazato : de Finetti’s theorem for σ -finite measures on $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$. Ryukyu Math. J. 19 (2006), 129–136. 査読有
- ㉛ M. Yamazato : Topics related to gamma processes. Stochastic processes and applications to mathematical finance, 157–182, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2006. 査読無
- ㉜ H. Nagai: Risk-sensitive quasi-variational inequalities for optimal investment with general transaction costs, Asymptotic Analysis, vol. 48 (2006) 243–265. 査読有
- ㉝ H. Nagai and W. J. Rungaldier: PDE approach to utility maximization with partial information, Suuriken Koukyuuroku 1462 (2006) 116–130. 査読無
- 〔学会発表〕（計 7 件）
- ① H. Nagai. “エルゴード的確率制御から大偏差確率制御へ” —数理ファイナンスに現われる時間大域的問題を巡って—日本数学会年会, 総合講演, 2009 年 3 月 27 日, 東京大学
- ② A. Kohatsu-Higa. Risk measures in Finance. Plenary Speaker. Annual Meeting of the Spanish Statistic and Operation Research Society. February 12, 2009. Murcia, Spain,
- ③ A. Kohatsu-Higa. Insiders as large traders. Mathematical Finance and Related Fields (local workshop) at Kyushu University. January 22–23, 2009.
- ④ S. Ninomiya, ``確率微分方程式の新しい弱近似法: 楠岡近似とそれを実現するアルゴリズム'', 東京大学計算による数理科学の展開

- 2009 (研究集会), 神戸大学理学部, (2009/1/8-9)
- ⑤H. Nagai. "Down-side risk minimization as large deviation control", 金融工学教育国際会議, January 6, 2009, Hitotsubashi Univ., Tokyo, Japan
- ⑥S. Aida. 2008 年 12 月 22 日-24 日 : 場の理論に動機づけを持つ数学(無限次元確率解析・解析学)の諸問題(佐賀大学, 23 日発表) Semiclassical limit of the lowest eigenvalue of $\$P(\varphi)_2\$$ Hamiltonian on finite volume
- ⑦H. Nagai. "Large deviation control arising optimal investment", Conference on quantitative methods in finance 2008, Dec. 17-20, 2008, Sydney, Australia
- ⑧S. Aida. 2008 年 12 月 16 日-19 日 : 確率論シンポジウム(東京工業大学, 18 日発表) タイトル : Semiclassical limit of the lowest eigenvalue of $\$P(\varphi)_2\$$ Hamiltonian on finite volume
- ⑨S. Ogawa, "On the multi-step regularization method in the volatility estimation", Invited Seminar Talk at WIAS (Weierstrass Inst. of Appl. Math) in Berlin, Dec 16, 2008
- ⑩A. Kohatsu-Higa. Estimating multidimensional density functions using the Malliavin-Thalmaier formula. Applications in Finance. Invited Session "Modelling the financial markets". World Congress of the International Association of Statistical Computing. Pacifico Yokohama, December 5-8, 2008.
- ⑪S. Ninomiya. ``Kusuoka Scheme: A new weak approximation methods of diffusion processes'', 大阪大学金融保険教育研究センター主催 中之島ワークショップ 「金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2008」, 大阪大学中之島センター, (2008/12/6-7)
- ⑫S. Ogawa, "Some attempts to the real-time estimation of the volatility", Invited Lecture at Intern. Conference CAPS2008, held at Press Center in Hanoi, Dec 2, 2008.
- ⑬H. Nagai. "Asymptotics of probability minimizing down-side risk and risk-sensitive dynamic asset allocation", 数理経済学シンポジウム Nov. 28-30, 2008, 京大会館
- ⑭S. Aida. 2008 年 11 月 19 日-21 日 : 確率解析とその周辺(名古屋大学ベンチャービジネス・ラボラトリ、ベンチャーホール) Semiclassical limit of the lowest eigenvalue of $\$P(\varphi)_2\$$ Hamiltonian on finite volume
- ⑮A. Kohatsu-Higa. A semigroup approach for weak approximations with an application to infinite activity Lévy driven SDEs., Workshop on Computational Methods with Applications in Finance, Insurance and the Life Sciences AND Stochastic Methods in Partial Differential Equations and Applications of Deterministic and Stochastic PDEs. Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics (RICAM). Linz. Austria, November 17-21, 2008
- ⑯S. Aida. 2008 年 9 月 8 日-9 月 12 日 : German-Japanese symposium, Stochastic analysis and applications, Nishijin plaza, Fukuoka, Kyushu, Japan. Semi-classical limit of $\$P(\varphi)_2\$$ -Hamiltonians
- ⑰A. Kohatsu-Higa. A semigroup approach for weak approximations with an application to infinite activity Lévy driven SDEs., Workshop on Numerics and Stochastics, August 25-29 2008, Helsinki University of Technology
- ⑱S. Aida, 2008 年 7 月 28 日-8 月 8 日 : The 1st MSJ-SI, Probabilistic approach to geometry, Kyoto, Japan. Rough path analysis, an Introduction タイトル : Semiclassical limit of the lowest eigenvalue of $\$P(\varphi)_2\$$ Hamiltonian on finite volume
- ⑲A. Kohatsu-Higa. Estimating multidimensional density functions using the Malliavin-Thalmaier formula. Applications in Finance, Thematic Days, Centre de Recerca Matematica, Barcelona, June 25, 2008
- ⑳H. Nagai. "Large deviation control arising from mathematical finance", July 9-th, 2008, 談話会 Kyoto Univ.
- ㉑H. Nagai. "Poisson equations derived from certain H-J-B equations of ergodic type" 「微分方程式の粘性解とその周辺」 June 25-27, 2008, RIMS, Kyoto, Japan
- ㉒H. Nagai. "Asymptotics of the probability minimizing a downside risk and risk-sensitive dynamic asset allocation under partial information", The fifth Colloquium on BSDEs and Finance, Le Mans, June 18-20, 2008
- ㉓M. Yamazato, On a $\$J_1\$$ convergence theorem for stochastic processes on $\$D[0, \infty)\$$ having monotone sample paths and its applications, The 8-th Workshop on Stochastic Numerics, RIMS Kyoto, Japan, June 7-9 2008
- ㉔A. Kohatsu-Higa. Weak Kyle-Back models for the max and argmax. Third General Amamef Conference. Pitesti, Romania, May 5-10,

- 2008.
- ⑤ S. Ninomiya. ``楠岡近似のアルゴリズムについて'', ファイナンスのための数理ワークショップ, 早稲田大学理工学部, (2008/4/4)
- ⑥ A. Kohatsu-Higa. Weak Kyle-Back models for the max and argmax, Stochastic Processes and Applications in Mathematical Finance, Kyoto University Plaza, March 19–22, 2008
- ⑦ S. Ogawa, “On a real-time scheme for the volatility estimation”, Pleinair Lecture at Ritsumeikan Symposium on Stochastic Processes and Finance, held at Ritsumeikan Univ. March 21, 2008
- ⑧ H. Nagai. “Minimizing a down-side risk probability and risk-sensitive asset allocation under partial information”, Ajou-KAIST-POSTECH International Conference in Finance and Mathematics, Jan 21– 24, 2008, Ajou University and POSTECH, Korea
- ⑨ H. Nagai. “Minimizing a down-side risk probability and H-J-B equations of risk-sensitive asset allocation”, 「非線形偏微分方程式とその応用」 2008年1月9日-11日, 神戸大学海事科学研究科
- ⑩ S. Aida. 2007年12月3日-4日:Stochastic Problems and Nonlinear PDEs(京都大学理学研究科) (12月3日のみ参加) Semi-classical limit of the bottom of spectrum of a Schrödinger operator on a path space over a compact Riemannian manifold
- ⑪ S. Aida. 2007年10月19日-21日：確率論と幾何学(熊本大学)凸領域上のGreen作用素のアダマール変分とある非凸領域上のボアンカレの補題
- ⑫ S. Aida. 2007年10月7日-14日 : Stochastic calculus on manifolds, graphs, and random structures, Bonn, Hausdorff research institute for mathematics, Hadamard's variation and Poincare's lemma on a certain non-convex domain.
- ⑬ S. Aida 2007年9月16日-9月21日 : Dirichlet forms, stochastic analysis and interacting systems (German-Japanese cooperation), Berlin, Berlin Technical University. Hadamard's variation and Poincare's lemma on a certain non-convex domain
- ⑭ H. Nagai. “Minimizing a down-side risk probability and risk-sensitive asset allocation under partial information”, September 17, 2007, Colloquium in Shangdong University
- ⑮ A. Kohatsu-Higa. Estimating multidimensional density functions using the Malliavin-Thalmaier formula. Applications in Finance. International Conference of Mathematics on the 90th anniversary of the Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Peru, August 6–17th, 2007
- ⑯ S. Ogawa, “Real-time scheme for the estimation of volatilities”, Invited Seminar Talk at Math. Dept. of Hong-Kong Univ., August 13, 2007
- ⑰ H. Nagai. “Asymptotics of the probability minimizing a down-side risk: Partial information case”, Conference “Stochastic Processes: theory and applications”, Bressanone, Italy , July 16 – 20, 2007
- ⑱ S. Ogawa, “Analyse harmonique et le calcul stochastique noncausal”, Invited Seminar Talk at Math. Dept. of Univ. Paris-10, June 7, 2007
- ⑲ H. Nagai. “Minimizing down-side risk probability and risk-sensitive asset allocation for linear Gaussian models”, Advances in Mathematics of Finance, Second General AMAMEF Conference and Banach Center Conference, 30th April – 5th May, 2007, Bedlewo, Poland
- ⑳ S. Ogawa, “Sur le model de Black-Sholes fractionnaire”, Invited Seminar Talk at Math. Dept. of Univ. Grenoble, May 3, 2007
- ㉑ S. Aida. 2007年4月17日-4月23日 : Stochastic Analysis, Stochastic Differential Geometry and applications- 19th to 21st April, Swansea, Wales. Hadamard's variation and Poincare's lemma on a certain non-convex domain
- ㉒ S. Ogawa, “Un essaie pour l' estimation de volatilité en temps-reel”, Invited talk at Bachelier Seminar in Paris, held at L' I. H. P., April 6, 2007
- ㉓ S. Ogawa, “Le calcul noncausal et des problemes noncausaux en EDS”, Invited Seminar Talk at Math. Dept. of Univ. Strasbourg, April 3, 2007
- ㉔ S. Ogawa, “Estimation de parametres de series chlonorogique”, Invited Seminar Talk at Math. Dept. of Univ. Nancy-I, March 15, 2007
- ㉕ S. Ogawa, “Sur les EDS noncausaux” Invited Seminar Talk at Math. Dept. of Univ. Evry, March 8, 2007
- ㉖ A. Kohatsu-Higa, Applications of Malliavin Calculus in Finance. Nakanoshima Center. Financial Engineering and Current problems. December 1, 2006.
- ㉗ A. Kohatsu-Higa. Survey on Malliavin

Calculus applied to Finance. 金融リスク管理のための新ITモデルの研究と開発（計算ファイナンス）セッション, Tokyo Institute of Technology. November 16, 2006.

⑧S. Aida. 2006年10月25日-27日：確率解析とその周辺（京都大学理学研究科）
Witten Laplacians on pinned path groups

⑨S. Aida. 2006年9月20日-23日：
Probability and geometry(ドイツ数学会ミニシンポジウム, Bonn大学),
Semi-classical limit of the bottom of spectrum of a Schrodinger operator on a path space over a compact Riemannian manifold

⑩A. Kohatsu-Higa. Osaka City University, Euler-Maruyama scheme:
Recent results. Meeting of the Japan Mathematical Society. September 20, 2006

⑪H. Nagai. "確率制御、フィルタリングそして数理ファイナンス" 応用数理学会サマーセミナー「確率微分方程式」 2006. 9.11~9.13, 北大

⑫M. Yamazato. First passage times for storage processes A survey, Workshop on Mathematical Finance and Stochastic Control, Osaka university (Holiday in Kyoto), August 24-27, 2006

⑬A. Kohatsu-Higa. Hitotsubashi University, Recent results on asymmetric information and insider trading. Plenary speaker. Bachelier Congress. August 20, 2006.

⑭H. Nagai. "Optimal investment with general transaction costs and risk-sensitive quasi-variational inequalities", Workshop on mathematical Finance and Insurance, May 27-June 2, 2006, Lijiang, Yunnan, China

⑮A. Kohatsu-Higa. Universite de Marne-la-Vallee. Journees Analyse et Probabilites "Lower bounds for the fundamental solutions of PDE problems: analytical and probabilistic approach". UFG conditons for regularity of the law of a diffusion process. April 4, 2006

[図書] (計 4 件)

- ①小川重義 (編著) 数理解析研究所講究録 「確率数値解析に於ける諸問題 - 8」、京都大学数理解析研究所 2008年12月, 212ページ
- ②小川重義、森真, “数学セミナー 確率・統計”, 秀和出版, 2007, 243ページ
- ③S. Ogawa, J. Akahori and S. Watanabe (2006), Stochastic Processes and

Applications to Mathematical Finance: Proceedings of the 6th International Symposium, Ritsumeikan University, World Scientific Publishing Co., 2007, 297ページ

④小川重義 (編著) 数理解析研究所講究録 1462, 「確率数値解析に於ける諸問題 - 7」、京都大学数理解析研究所, 2006年, 255ページ

6. 研究組織

(1)研究代表者

コハツ-ヒガ アルツーロ (KOHATSU-HIGA ARTURO)
大阪大学・大学院基礎工学研究科・准教授
研究者番号 : 80420412

(2)研究分担者

会田 茂樹 (AIDA SHIGEKI)
大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授
研究者番号 : 90222455

長井 英生 (NAGAI HIDEO)
大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授
研究者番号 : 70110848

(3)連携研究者

小川 重義 (OGAWA SHIGEYOSHI)
立命館大学・理工学部・教授
研究者番号 : 80101137

楠岡 成雄 (KUSUOKA SHIGEO)
東京大学・大学院数理科学研究科・教授
研究者番号 : 00114463

二宮 祥一 (NINOMIYA SYOITI)
東京工業大学・大学院イノベーションマネジメント研究科・教授
研究者番号 : 70313377

山里 眞 (YAMAGATA MAKOTO)
琉球大学・理学部・教授
研究者番号 : 00015900