

平成 22 年 5 月 17 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18340030

研究課題名（和文）特殊な挙動をする流体の数理的研究

研究課題名（英文）Mathematical studies on fluid motions under certain conditions

研究代表者

中木 達幸 (NAKAKI TATSUYUKI)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：50172284

研究成果の概要（和文）：流体の挙動を数理的な側面から解析した。一般的な流体を扱うのではなく、次の特殊な状況に特化した。

- (1) 数点の回りで渦ができる問題：渦の強さと初期位置にある対称性を仮定した場合を扱い、その挙動の解明を行った。
- (2) ドーナツ状の渦の問題：理論解析により、渦構造の不安定化を研究した。
- (3) 1～2種類の流体問題：コンピュータシミュレーションのための数値計算法について、保存すべき量の保存性や、効率的かつ自然な界面決定に着目して、開発と研究を行った。

研究成果の概要（英文）： The fluid motion was studied from mathematical and numerical points of view. We focused our attention on the following cases:

- (1) Point vortex problems: Our studies are made under some assumptions on the strength and initial position of vortices.
- (2) Problems of vortex ring and so on: By the theoretical analysis, we studied the instability of vortices.
- (3) 1 or 2 phase-flow problems: The numerical schemes for the computer simulations were developed and studied. Our interests were the conservative schemes, and natural and effective determination of interfaces.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	3,300,000	990,000	4,290,000
2007年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009年度	1,300,000	390,000	1,690,000
年度			
総計	7,500,000	2,250,000	9,750,000

研究分野：応用解析学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：流体，数学解析，数値解析，渦運動，多孔質媒体流，緩和振動，不安定性，自由境界問題

### 1. 研究開始当初の背景

流体の挙動に関する研究は古くから行われ、多くの重要かつ興味深い問題を含んでおり、長年活発に研究されている。コンピュータの発達などがあり、近年は乱流に関する研究が著しい。本研究の1つのテーマは渦に関するものである。「渦は流体運動の腱であり筋肉である(P. G. Saffman, 1992年)」言われるように、乱流を理解し制御するための一つの切り口として、渦運動は欠かすことができない視点を提供すると思われる。

また、流体計算のための数値解法の開発研究は活発に行われている。その1つの視点として、物理量の保存性や界面の決定があり、それらを考慮した解法の可能性を検討する必要があるかと思われる。

### 2. 研究の目的

流体の挙動を数理的な側面から解析することを目的とする。一般的な流体を扱うのではなく、次の特殊な状況に特化する。

- (1) 渦点問題：渦点の強さと初期位置にある対称性を仮定した場合を扱い、その挙動の解明を行う。少数の渦点や少数に帰着できる場合を主に扱う。
- (2) 渦層、渦輪、渦領域の問題：弱非線形不安定性の解析や渦構造不安定化の非線形ダイナミクスに関して研究を行う。
- (3) 1~2種類の流体問題：流体の挙動の解析のための数値計算法について、保存すべき物理量の保存性や、効率的かつ自然な界面決定に着目して、数値計算法の開発と研究を行う。また、多孔質媒体流などの界面や移流拡散を有する問題に対する数学的、数値的な研究を行う。

### 3. 研究の方法

研究分担者(2008年度からは連携研究者に変更)を渦グループと流体グループに分けて研究を行った。研究代表者は両グループに関与した。渦グループでは、物理的観点から福本氏と服部氏が、渦点の挙動の立場から坂上氏が研究を行った。流体グループでは、有限要素法の立場から大森氏が、反応拡散系の立場から辻川氏が、自由境界問題の立場から木村氏が研究にあたった。

研究遂行のため、多くの分野の研究者との議論が不可欠である。特に、学際的な側面があるため、本研究の関心が狭い範囲に限定されないためにも議論や情報収集は重要である。そのため、研究経費の大部分は旅費に充

てた。

### 4. 研究成果

上記2の研究目的の番号に対応させて、成果を次に記載する。

#### (1) 渦点問題

- ① 平面上の渦点群の挙動に関して、7個の場合にも緩和振動することを発見し、数学的な裏付けをした。
- ② 5個の渦点の自己相似的な衝突についての数学的、数値的な結果を得た。
- ③ 標準的な数値解法による数値解の中に衝突に関する幻影解を捉え得る例を数値的に示した。
- ④ 球面上の渦点について、 $N$ -ringの挙動の力学系の基本構造を明らかにするとともに、非自己相似衝突解を発見し、縮約理論を用いてカオス的軌道の存在を示した。
- ⑤ 球面三点・四点渦系の衝突問題について平岡による平面衝突多様体の構成を応用することを試みた。その結果三点渦の場合は平面と同相な多様体の構成が可能であることがわかった。

#### (2) 渦層、渦輪、渦領域の問題

- ① 渦輪の挙動に関して、トポロジ的な拘束のもとで、ある変分によって渦輪の進行速度が得られることを示した。楕円流について弱非線形解析を行い2種類の振幅方程式を得た。
- ② 一定速度で運動する定常渦流れとエネルギーの極大極小性との関係を示し、軸対称渦輪の進行速度の高次補正項を導出した。渦輪の不安定性を非線形領域において捉えることに成功した。
- ③ ある極限での渦輪の渦度分布の表現と、ある状況での渦輪の進行速度と消滅するまでの移動距離の決定を行った。
- ④ らせん渦における短波長安定解析による曲率不安定性の存在を示した。
- ⑤ 渦管の楕円型不安定性の弱非線形発展を調べた。ラグランジュ変位を用いることによって、Kelvin波の自己非線形相互作用によって誘導される振幅について2次の平均流を計算することに成功し、これらを擬運動量として特徴づけた。
- ⑥ 太い渦輪の線形安定性を短波長安定性解析により調べた。細い渦輪と同様に曲率不安定性や楕円型不安定性

が存在する他に、第3の不安定性が存在することを発見した。軸流の効果について論じた。

(3) 1~2種類の流体問題

- ① 流体の Stokes 系に現れる界面問題に対する有限要素法を開発し、その収束性を示した。混ざらない非圧縮性の2流体問題に対する高い質量保存性を有する有限要素法について、近似解の誤差評価および収束性を得た。
- ② 流体問題において頻繁に現れる移流項の性質を拡散項と対比するため、drift-diffusion の一例である走化性モデル方程式について、拡散が小さい場合の軸対称定常解の存在とその安定性を考察し、極限方程式を形式的に求めた。
- ③ 多孔質媒体中の流体の存在範囲に関する数学的な結果を得た。油田の中で石油を押し出す問題に現れる境界を捉えるための数値解法を構成した。
- ④ 問題特有の性質を保存する多角形版移動境界問題のクラスを考察し、その2次精度時間離散スキームを提案した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計46件)

- ① 友枝謙二, 中木達幸, ある拡散現象における解のサポートの反復した分離・融合について, 日本応用数学会論文誌, 査読有, 第19巻, 2009年, 25~37ページ.
- ② Y. Hattori and Y. Fukumoto, Short-wavelength stability analysis of a helical vortex tube, Physics of Fluid, 査読有, 第21巻, 2009年, 014104 (7ページ).
- ③ T. Sakajo, From generation to chaotic motion of a ring configuration of vortex structures on a sphere, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 査読有, 2009年, doi: 10.1007/s00162-009-0116-7.
- ④ M. Benes, M. Kimura and S. Yazaki, Second order numerical scheme for motion of polygonal curves with constant area speed, Interfaces and Free Boundaries, 査読有, 第11巻, 2009年, 515~536ページ.
- ⑤ T. Tsujikawa, Interfacial analysis to a chemotaxis model equation with growth in three dimension, Advanced Studies in Pure Mathematics, 査読有, 第47巻, 2007年, 785~805ページ.
- ⑥ K. Ohmori and S. Saito, Flux-free

finite element method with Lagrange multipliers for two-fluid flows, Journal of Scientific Computing, 査読有, 第32巻, 2007年, 147~173ページ.

[学会発表] (計47件)

- ① T. Nakaki, A singular limit method of two immiscible fluids in porous media, Algoritmy 2009: Conference on Scientific Computing, 2009年3月19日, Hotel PERMON, Podbanske (スロバキア).
- ② T. Tsujikawa, Stationary solutions of shadow system for an adsorbate-induced phase transition model, 研究集会「自己相似構造と自己組織化に関する漸近解析」, 2008年9月18日, 京都大学数理解析研究所.
- ③ Y. Fukumoto, Curvature Instability of a vortex ring and a helical vortex tube, XXII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM), 2008年8月26日, Adelaide Convention Center, Adelaide (オーストラリア).
- ④ K. Ohmori, Flux-free finite element method for immiscible two-fluid flows, 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 2008年7月1日, Venice (イタリア).
- ⑤ Y. Hattori, Numerical Detection of a New Instability Mode of a Vortex Ring, FEDSM 2005, 5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference, 2007年8月1日, Sheraton San Diego Hotel, San Diego (アメリカ).

[図書] (計1件)

- ① 福本康秀, 岩波書店, 技術に生きる現代数学 (分担: 第5章「渦を破壊せよ」), 2008年, 総ページ数206 (分担分: 133~174ページ).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中木 達幸 (NAKAKI TATSUYUKI)  
広島大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 50172284

(2) 研究分担者

大森 克史 (OHMORI KATSUSHI)  
富山大学・人間発達科学部・教授  
研究者番号: 20110231  
(H20より連携研究者)

辻川 亨 (TSUJIKAWA TOHRU)

宮崎大学・工学部・教授

研究者番号：10258288

(H20 より連携研究者)

福本 康秀 (FUKUMOTO YASUHIDE)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号：30192727

(H20 より連携研究者)

服部 裕司 (HATTORI YUJI)

東北大学・流体科学研究所・教授

研究者番号：70261469

(H20 より連携研究者)

坂上 貴之 (SAKAJO TAKASHI)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：10303603

(H20 より連携研究者)

木村 正人 (KIMURA MASATO)

九州大学・大学院数理学研究院・准教授

研究者番号：70263358

(H19 は海外留学のため研究組織から外れた。H20 より連携研究者)

(3)連携研究者

上記のとおり (H20 より、すべての研究分担者を連携研究者とした)