

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18340033

研究課題名 (和文) ディリクレ形式と対称マルコフ過程の確率解析

研究課題名 (英文) Dirichlet Forms and Stochastic Analysis of Symmetric Markov Processes

研究代表者

竹田 雅好 (TAKEDA MASAYOSHI)

東北大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：30179650

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：基礎解析

キーワード：ディリクレ形式、マルコフ過程、大偏差原理

### 1. 研究計画の概要

ファインマン-カツ汎関数の可積分性 (gaugeability) の問題は、シュレディンガー作用素に対する劣臨界性、すなわち、正值グリーン関数の存在や正值解の存在と関連する問題で、ポテンシャルが無い場合にはマルコフ過程の再帰性、非再帰性の判定と同値な問題である。従来の研究で、加藤クラスの測度をポテンシャルにもつファインマン-カツ汎関数が可積分であるための必要十分条件を得たが、対称マルコフ過程、の解析、特に大偏差原理への応用を目指す。

### 2. 研究の進捗状況

ファインマン-カツ汎関数の可積分性の問題は、シュレディンガー作用素に対する劣臨界性、すなわち、正值グリーン関数の存在や正值解の存在と関連する問題で、ポテンシャルが無い場合にはマルコフ過程の再帰性、非再帰性の判定と同値な問題である。加藤クラスの測度をポテンシャルにもつファインマン-カツ汎関数が可積分であるための必要十分条件をこれまでの研究で得て

た。それはポテンシャルから定義されるランダムな時間変更過程の第一固有値が 1 より大きいことで与えられる。この結果は、測度や対応する加法的汎関数の大きさを測る基準としての役割を、時間変更過程の第一固有値が果たすことを示している。本研究ではその応用として、

(1) ブラウン運動や対称安定過程の生成作用素にポテンシャルを加えたシュレディンガー作用素を考えたとき、半群の超縮小性が保存されるようなポテンシャルの特徴付け

(2) リーマン多様体上の熱核が Li-Yau 評価を持つとき、シュレディンガー作用素の熱核も Li-Yau 評価を持つための必要十分条件

(3) 分枝ブラウン運動や分枝対称安定過程において、容量正の閉集合に到達する粒子数の期待値が有限となるための必要十分条件

などを、時間変更過程の第一固有値の言葉で

与えることに成功した。特に(3)については、特異な分枝レートを持つ多くの具体的な例でその必要十分条件を検証した。

その他の主な結果としては、シュレディンガー半群を $L^p$ 空間で考えたとき、その増大度が $p$ に依らないための必要十分条件を与えた。この結果は、ドンスカー-バラダーン型大偏差原理におけるレート関数の無限遠点近傍の性質から導く新しい方法で示された。この方法の有効性は、1次元拡散作用素に対して検証できており、現在、非局所マルコフ作用素に対しても検証を試みている。

以上の研究の一端は、単行本「マルコフ過程」(福島正俊との共著)として出版された。

### 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

(理由)

当初の目標の達成については2. で述べたが、それ以上に、飛躍型加法汎関数の大偏差原理、乗法汎関数で正規化された対称マルコフ過程の大偏差原理など従来全く研究されていなかったテーマの発掘と成果が理由として挙げられる。特に、加法汎関数の大偏差原理証明のために構築したジャンプ型シュレディンガー作用素の臨界性理論が、最近 M. Yor たちによって活発に研究されている処罰問題への応用できることが分かったことは予想外の進展であった。

### 4. 今後の研究の推進方策

シュレディンガー半群増大度の $L^p$ 独立性の必要十分条件を加法汎関数の大偏差原理、処罰問題に応用することを引き続き考える。処罰問題に関しても多次元の Levy 過程の場合を含むかたちで一般化する。

最近、ディリクレ形式論におけるランダムな時間変更の応用として、散乱距離と容量の関係に

ついて示されたカツの結果を拡張することを目指す。

本研究内容は、本年度国際学会「確率過程とその応用」で招待講演をする予定である。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 17 件)

1. M. Takeda, Gaussian bounds of heat kernels of Schrodinger operators on Riemannian manifolds, Bull. London Math. Soc. 39, 85-94 (2007). 査読有

2. M. Takeda, K. Tsuchida, Differentiability of spectral functions for symmetric  $\alpha$ -stable processes, Trans. Amer. Math. Soc. 359, 4031-4054 (2007). 査読有

3. M. Takeda,  $L^p$ -independence of spectral bounds of Schroedinger type semigroup, J. Funct. Anal. 252, 550-565 (2007). 査読有

[学会発表] (計 17 件)

1. 竹田 雅好, A large deviation principle for symmetric Markov processes with Feynman-Kac functional, Stochastic Analysis and Applications, 2008年9月8日, 西新プラザ(福岡市).

[図書] (計 1 件)

福島 正俊, 竹田 雅好, 培風館  
「マルコフ過程」(2008) 304 頁

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]