

平成 22 年 6 月 1 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006 ～ 2009

課題番号：18340048

研究課題名 (和文) 実および複素力学系の複素解析的研究

研究課題名 (英文) Complex analytic study of real and complex dynamical systems

研究代表者

宍倉光広 (SHISHIKURA MITSUHIRO)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：70192606

研究成果の概要 (和文) : 実および複素力学系の不変集合の構造や分岐現象について、複素解析的手法を用いて研究を行った。特に、1 次元複素力学系の無理的中立不動点に関し、近放物型くりこみを定義し、それに関する不変関数空間を構成した。この関数空間は穴あき円板のタイヒミュラー空間と対応が付き、くりこみがタイヒミュラー計量により縮小的であることが示された。

研究成果の概要 (英文) : We studied the structure of invariant sets and bifurcation phenomena of real and complex dynamical systems via complex analytic methods. For irrationally indifferent fixed points of one-dimensional complex dynamical systems, we defined near-parabolic renormalization and constructed its invariant space of functions. This space was shown to correspond to the Teichmueller space of once-punctured disk and the renormalization is contracting with respect to the Teichmueller metric.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|---------|------------|-----------|------------|
| 2006 年度 | 3,200,000 | 960,000 | 4,160,000 |
| 2007 年度 | 3,000,000 | 900,000 | 3,900,000 |
| 2008 年度 | 4,700,000 | 1,410,000 | 6,110,000 |
| 2009 年度 | 2,700,000 | 810,000 | 3,510,000 |
| 年度 | | | |
| 総計 | 13,600,000 | 4,080,000 | 17,680,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：力学系、くりこみ、分岐現象、ジュリア集合、カオス、フラクタル、タイヒミュラー空間、構造安定性

1. 研究開始当初の背景

力学系、特にカオス的力学系の研究では、軌道の再帰性により相空間やパラメータ空間の構造の構造が細部に至るまで複雑性のあるフラクタルの構造を持ち、初期値の微細な変化も軌道に大きく影響を与えるため、

様々な分岐現象を誘導する。これが力学系の相空間の不変集合の構造やパラメータ空間内の分岐集合の研究を困難にしていた。

2. 研究の目的

本研究では、力学系研究に複素解析的手法

を導入することにより、相空間の不変集合の構造やパラメータ空間内の分岐集合の構造を解明することを目標としていた。特に、無限回くりこみ可能な力学系は低次元力学系の研究で未解決問題の多く残るカテゴリであり、適切な関数空間（力学系の空間）の設定により、くりこみ写像を考察し、その不動点や双曲性から、元の力学系の相空間、パラメータ空間に関する情報を引き出すことを目標とする。

3. 研究の方法

Feigenbaum 型あるいは Douady-Hubbard 型のくりこみ可能力学系については、擬等角写像を用いた多項式化定理により、多項式の外射線、等ポテンシャル曲線によるヨコツ分割をも強いて、その組み合わせ的考察に帰着する。それではカバーできない、無理的中立不動点や衛星的くりこみ可能系については、近放物くりこみを定義し、単葉関数論やタイヒミュラー空間論を用いて研究する。また高次元複素力学系の放物型不動点については、1次元の場合に有用であった、リーマン面の一意化定理が存在しないので、その代替となる手法を模索する。

4. 研究成果

稲生と宍倉は、無理的中立不動点や衛星的くりこみ可能系に対応した近放物型くりこみについて研究し、不変な関数空間を発見した。これは、まず放物型不動点をもつ複素力学系に対し、放物型くりこみを定義し、それによって不変になる関数空間を、単葉関数論やタイヒミュラー空間論、コンピュータによる数値解析を用いて設定し、その摂動として近放物型系についての結論を得たものである。この結果は Buff-Cheritat によって応用され、ジュリア集合が正の面積を持つ2次多項式を構成する際に利用された。

また、上田と宍倉はインディアナ大学の E. Bedford と共同で、エノン写像系の放物型不動点の分岐に関し、分岐後の再帰写像を司る Lavurs 写像の構成を行った。

稲生は、多項式類似写像のくりこみ作用素の連続性について十分条件や不連続性への十分条件の考察を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

1. J. Hubbard, D. Schleicher and M. Shishikura, Exponential Thurston maps and limit of quadratic differentials, J. Amer. Math. Soc. 22 (2009), 77-117. 査読有

2. M. Shishikura, The connectivity of the Julia set and fixed points, in "Complex dynamics: families and friends" (Ed. by D. Schleicher), A. K. Peters, 2009, 257-276. 査読有

3. Z. Arai, W. Kalies, H. Kokubu, K. Mischaikow, H. Oka, P. Pilarczyk, A database schema for the analysis of global dynamics of multiparameter systems. SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 8 (2009), no. 3, 757-789. 査読有

4. M. Kisaka and M. Shishikura, On multiply connected wandering domains of entire functions, in "Transcendental Dynamics and Complex Analysis" (Ed. by P. J. Rippon and G. M. Stallard), London Mathematical Society Lecture Note Series 348, Cambridge Univ. Press, 348 (2008), pp. 217-250. 査読有

5. T. Ueda, Holomorphic maps on projective spaces and continuations of Fatou maps. Michigan Math. J. 56 (2008), no. 1, 145-153. 査読有

6. T. Ueda, Simultaneous linearization of holomorphic maps with hyperbolic and parabolic fixed points. Publ. Res. Inst. Math. Sci. 44 (2008), no. 1, 91-105. 査読有

7. S. Day, H. Kokubu, S. Luzzatto, K. Mischaikow, H. Oka, Pilarczyk, Quantitative hyperbolicity estimates in one-dimensional dynamics. Nonlinearity 21 (2008), no. 9, 1967-1987. 査読有

8. M. Gameiro, T. Gedeon, W. Kalies, H. Kokubu, K. Mischaikow, H. Oka, Topological horseshoes of traveling waves for a fast-slow predator-prey system. J. Dynam. Differential Equations 19 (2007), no. 3, 623-654. 査読有

9. H. Kokubu, D. Wilczak, P. Zgliczynski, Rigorous verification of cocoon bifurcations in the Michelson system. Nonlinearity 20 (2007), no. 9, 2147-2174. 査読有

10. H. Inou, Limits of renormalizable polynomials. Nonlinearity 19 (2006), no. 8, 1769-1799. 査読有

[学会発表] (計 17 件)

1. M. Shishikura, "Siegel disks of quadratic polynomials"
Seminar on Complex Dynamics
2009/08/24-25 (talk 08/24)
Academy of Mathematics and Systems Science,
Chinese Academy of Sciences,
Beijing, China

2. M. Shishikura, "Dynamics around irrationally indifferent fixed points of holomorphic functions"
An International Conference on Complex Analysis and Related Topics
2009/08/20-23 (talk 08/23)
Academy of Mathematics and Systems Science,
Chinese Academy of Sciences,
Beijing, China

3. M. Shishikura, "Local invariant sets of irrationally indifferent fixed points of high type"
in "Workshop on Cantor bouquets in hedgehogs and transcendental iteration"
2009/06/16-19 (3 talks on 06/17, 18, 19)
Université Paul Sabatier, Toulouse,
France

4. M. Shishikura, "Invariant sets for irrationally indifferent fixed points of holomorphic mappings"
in "Advances in low-dimensional dynamics"
2009/06/08-13 (talk 06/10)
Stony Brook University, NY, USA

5. M. Shishikura, "Invariant sets for irrationally indifferent fixed points of holomorphic mappings"
in "Dynamical Systems II, Denton"
2009/05/17-23 (talk 05/19)
University of North Texas, Denton, Texas,
USA

6. M. Shishikura, "Renormalizations in complex dynamics and the Teichmüller theory"
"A Conference in Teichmüller Theory and Related Topics"
In Honor of the 70th Birthday of F. P. Gardiner
Graduate Center of CUNY, NY, USA,
2009/03/20-21 (talk 03/21)

7. M. Shishikura, "Renormalization for irrationally indifferent fixed points of holomorphic functions"
Workshop on Complex Dynamics and Related Topics
Fudan University, Shanghai, P. R. China,
2008/10/31-11/02 (talk 11/02)

8. M. Shishikura, "Applications of near-parabolic renormalization"
in Trends and Developments in Complex Dynamics
Oberwolfach, Germany, 2008/10/19-25 (talk 10/24)

9. M. Shishikura, "Parabolic implosion--from discontinuity to renormalization"
in "Congrès à la mémoire d'Adrien Douady"
Institut Henri Poincaré, Paris,
2008/05/26-30 (talk 05/28)

10. M. Shishikura, "Devaney hair and hedgehogs"
in "Bobfest: Dynamical Systems and Topology"
Tossa de Mar, Spain (near Barcelona),
2008/04/19-27.

11. M. Shishikura, "On Thurston obstructions"
in "Groups generated by Automata,"
Centro Stefano Franscini, Ascona,
Switzerland, Feb, 10-15, 2008.

12. M. Shishikura, "Trees associated to Fatou components of rational maps"
in "Ultrametric Dynamical Days,"
PUC, Santiago, Chile, Jan. 21-Feb. 1,
2008.

13. M. Shishikura, "Renormalization in Complex Dynamics and Teichmüller space"
in "Workshop on infinite dimensional Teichmüller space and moduli space,"
京都大学数理解析研究所, Nov. 19-22, 2007.

14. M. Shishikura, "Renormalization for parabolic fixed points of holomorphic functions"
in "One Day Symposium on Low-Dimensional Dynamical Systems and Differential Equations,"
Morningside Center of Mathematics,
Beijing, China,
August 16, 2007.

15. M. Shishikura, "Renormalization in Complex Dynamics and iteration in a Teichmuller space"
in "Hayama Symposium on Complex Analysis in Several Variables,"
Hayama, July 15-18, 2007.

16. M. Shishikura, "The rigidity of irrationally indifferent fixed points of holomorphic functions"
in "Rigidity in Dynamics and Geometry,"
CIRM, Luminy, May 21-15, 2007.

17. M. Shishikura, "The rigidity of irrationally indifferent fixed points via Parabolic renormalization"
in "Renormalization, small divisors, continued fractions and geodesic flows,"
Ennio De Giorgi Mathematics Research Center of the Scuola Normale Superiore, Pisa, April 16-20, 2007.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宍倉 光広 (SHISHIKURA MITSUHIRO)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：70192606

(2) 研究分担者

上田 哲生 (UEDA TETSUO)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：10127053

國府 寛司 (KOKUBU HIROSHI)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：50202057

稲生 啓行 (INOUE HIROYUKI)
京都大学・大学院理学研究科・講師
研究者番号：00362434

(3) 連携研究者

辻井 正人 (TSUJII MASATO)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：20251598

谷口 雅彦 (TANIGUCHI MASAHIKO)
奈良女子大学・理学部・教授
研究者番号：50108974

伊藤 秀一 (ITO HIDEKAZU)
金沢大学・数物科学系・教授
研究者番号：90159905

荒井 迅 (ARAI ZIN)
北海道大学・創成研究機構・特認助教
研究者番号：80362432

