

平成22年5月21日現在

研究種目：基盤研究 (B)
 研究期間：2006 ～ 2009
 課題番号：18360049
 研究課題名 (和文) ナヴィエ・ストークス方程式の解の多重性と乱流遷移現象との関連に関する研究
 研究課題名 (英文) Study on the relation between the multiplicity of the solutions of the Navier-Stokes equations and the phenomena in turbulence transition
 研究代表者
 永田 雅人 (NAGATA MASATO)
 京都大学・工学研究科・教授
 研究者番号：80303858

研究成果の概要 (和文)：

数値計算と実験観測に基づいた解析により、特に、(1) 平面クエット流、(2) 回転平面ポアズイユ流、(3) 正方形断面ダクト内流、(4) 成層回転2重円筒間流れ、(5) 自然対流をともなうせん断流、(6) 内部加熱を伴うせん断流において、今まで見つかっていなかった解、または、流れを発見し、流体運動を支配するナヴィエ・ストークス方程式の解の多重性を実証するとともに、層流から乱流への遷移過程での流体挙動現象との関連について検証を行った。

研究成果の概要 (英文)：

The multiplicity of the Navier-Stokes equations is exhibited by presenting new solutions or flows, especially for (1) plane Couette flow, (2) rotating plane Poiseuille flow, (3) flow through a duct with square cross-section (4) stratified rotating flow between two concentric cylinders, (5) shear flow with natural convection and (6) shear flow with internal heat source, numerically and experimentally, where the relation between the multiplicity and the behaviour of the fluid flows in the transition to turbulence from laminar states is examined.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	5,800,000	0	5,800,000
2007年度	3,200,000	960,000	4,160,000
2008年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
2009年度	2,500,000	750,000	3,250,000
年度			
総計	15,000,000	2,760,000	17,760,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎 工学基礎

キーワード：数理工学 (数理的解析・計画・設計)

1. 研究開始当初の背景

粘性流体の運動を支配するナヴィエ・ストークス方程式は、その解の唯一性が、流れの強

さを示すレイノルズ数が極めて小さい領域での2次元の場合にのみ証明されているだけで、一般には解の多重性によって特徴づけられて

いる。たとえば、解の分岐として流れの安定性を考える場合、対象となる基本状態（層流）に擾乱を加え、レイノルズ数を徐々に増加させていくと、ある場合には、無限小の擾乱に対しては擾乱エネルギーが指数関数的に減少し（線形安定性）、基本状態は回復されるが、有限振幅の擾乱に対しては別の解に移行する亜臨界分岐、また別の場合には、擾乱エネルギーが指数関数的に増加し（線形不安定性）、流れが基本状態から別の解に移行する超臨界分岐が起こる。無限小擾乱の時間発展が指数関数的な減少から増加に移る際に通過する成長率が零となる状態を臨界状態、そのときのレイノルズ数を臨界レイノルズ数と呼び、臨界状態では基本解は中立安定である。臨界レイノルズ数付近の領域で、基本解以外に別の解（2次流れ）が、亜臨界分岐の場合は臨界レイノルズ数より小さい領域で、また、超臨界分岐では大きい領域に存在し、解の唯一性が保てなくなる。このような線形臨界値が存在する流とは異なり、基本流がどんな有限のレイノルズ数に対しても中立安定性を呈さないような線形臨界値が存在しない流れに対しては、臨界レイノルズ数は無限大であり、臨界レイノルズ数の近傍で擾乱を振幅展開する弱非線形理論は適用することができず、非線形問題としての数値解析に頼らざるを得ない。基本流から分岐した2次流れがいつまでも安定で存在することはなく、より高いレイノルズ数でその安定性を失い、3次流れ、4次流れへと分岐を繰り返す、ついには乱流状態に遷移する。分岐する流れが高次になるに従い、その空間的構造は逐次対称性が失われより複雑になるため、より膨大な計算量が必要となる。これまで、さまざまな流れに対してナビエ・ストークス方程式の解の多重性と乱流遷移現象との関連に関する研究がなされてきたものの、決して十分とは言えない。特に、線形臨界点が存在しない流れについては、非線形解の求積が困難であったため、さらに追求することが望まれている。

2. 研究の目的

当研究の目的は上記の項目「1. 研究開始当初の背景」で述べた流れの非線形安定性問題におけるナビエ・ストークス方程式の解の多重性と、層流から乱流への遷移現象との関わりを、特に、境界（壁面）で囲まれたせん断流について理論と実験の両面から解明していくことである。研究対象とした流れは以下のとおりである：

- (1) 平面クエット流
- (2) 回転平面ポアズイユ流
- (3) 正方形断面ダクト内流れ
- (4) 成層流の回転2重円筒間流れ
- (5) 自然対流によって引き起こされるせん断流

(6) 内部加熱による対流によって引き起こされるせん断流

3. 研究の方法

(1) 線形臨界点が存在する場合

まず、ナビエ・ストークス方程式の厳密解を解析的に求め、その線形安定性を調べる。厳密解に加える無限小の擾乱はポロイダル・トロイダル分解を施し、関数展開されたノーマル・モードとして扱う。数値計算のため関数展開は有限次元で打ち切り、固有値問題として解く。固有値、すなわち、擾乱の成長率が零となるパラメータ値を求め、そこから分岐する有限振幅の非線形解を探る。そのとき、有限振幅擾乱は空間3方向に級数展開し、展開係数に関する代数方程式に帰着させ、その非線形解をニュートン法を用いて数値的に求める。非線形解が見つければ、厳密解の安定性を調べたときと同じようにして、非線形解に無限小の擾乱を加え、その線形安定性を調べ、さらなる分岐解をも求める。以下、同様にして、逐次、分岐していく解を求め、時空間的な構造を調べることで、層流から乱流への遷移過程における現象を把握する。

(2) 線形臨界点が存在しない場合

厳密解から直接分岐する解は存在しないため、上記(1)の手法は使えない。従って、新たにこの系を不安定にする物理的な要素（コリオリ力、熱源など）、または、人工的な外力を加え、系をいったん不安定にし、(1)と同じようにして非線形解を逐次求める。そのあと、新たに加えられた不安定要因を減少させ取り除いた場合にも求められた非線形解が存続しているかどうかを確認する。この技法はホモトピー法とよばれ1990年に当研究代表者によって初めて考案され、平面クエット流の非線形解を求めることに成功した。

(3) 実験観測

アスペクト比の高いテーラー・クエット実験装置を作成する。温度を制御した恒温循環装置（TAITEC社製COOLNIT CL-150R）2台を用意し、同軸の内外円筒の温度をそれぞれ一定に保持し、両円筒をサーボモータを用いて回転させることで2重円筒の間隙内に流れを誘起させる。両円筒の回転数および温度差を変化させていくことで変化する流れのパターンを、温度場は雲母片または感温液晶（日本マイクロカプセル社製KR N-16）で可視化し、流速はPIV装置とコンピュータで測定し、乱流への遷移過程現象を定性的定量的に捉える。

4. 研究成果

(1) 平面クエット流における2次元非線形解の存在を疑問視した論文が発表されたこ

とがきっかけとなり、この問題を追及することを仏・マルセイユ大学の Ehrenstein 教授との共同研究として急速立ち上げ、疑問視された解が実際に存在することをつきとめた。この解は空間的に孤立しており、実験観測で見られる乱流スポットと呼ばれる孤立領域を含む流れとの関連を調べる上で重要な発見となっている (図 1 参照)。成果は Ehrenstein, Nagata & Rincon (2008) として Physics of Fluids に掲載されている。



図 1. 平面ジェット流の 2 次元孤立解. 色コードは温度を示す。

(2) 平面ポアズイユ流に流れ方向とスパン方向に回転軸を有する 2 つの回転を独立に加え、逐次分岐する解を求めた結果、回転の影響が強くなるにつれ、回転がない場合に見られる 2 次元空間構造を有する横渦解とは異なり、3 次元的な空間構造を持つ渦解が遷移に関わっていることがわかった。この研究の成果は Wall & Nagata (2006) と Masuda, Fukuda & Nagata (2007) の 2 論文として Journal of Fluid Mechanics に掲載された。

(3) 正方形断面ダクト内流れの非線形解を世界にさきがけて発見した。この系は線形臨界点が不在のため解くことが困難であったが、伊・ジェノバ大学の Wedin 博士と Bottaro 教授との共同研究において、乱流の自己維持メカニズムの仮説をもとにした人工的な外力を加え、系をいったん不安定にしてから解を接続するホモトピー法を導入することで、これまで見つかっていなかった非線形解を得ることに成功した (図 2 参照)。Wedin, Nagata & Bottaro (2009) として Physical Review E に掲載されたこの研究の成果は、正方形断面のダクト流の遷移を理解する上で突破口となっている。

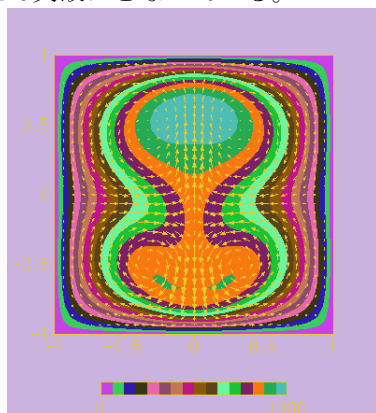


図 2. 正方形断面ダクト内流れの非線形解の流速分布. 色コードは軸方向速度成分,

矢印は断面内の速度成分を示す。

(4) 温度差のある回転 2 重円筒の間隙での熱対流は傾圧不安定の室内実験モデルとして多くの実験的研究があるが、いずれもアスペクト比は 5 程度であった。当研究ではアスペクト比が 200 の実験装置 (図 3 参照) を作成し予備的な実験を行った。その結果、最初にロール状の渦列が現れるが、ロールはすぐに屈曲 (キック) した構造に変化し、最終的に乱流に遷移していくことが観察された (図 4 参照)。このキックの挙動について 大橋・野口・永田の論文として 2010 年の理論応用力学講演会での発表が決まっている。



図 3. 温度差のある回転 2 重円筒実験装置。



図 4. 左: ロール状の渦列. 右: キック構造。

(5) 異なる一定の温度に保たれた垂直平行平板間に生じる自然対流によって引き起こされるせん断流の 2 次流れ (Nagata & Busse, 1983) を平面ジェット流にホモトピー法を適用させて接続することにより、ヘアピンのような形状を示す渦解が純粋な平面ジェット流に存在することを示した。この解は壁乱

流への遷移過程における秩序構造の範例の一つとして構成すると考えられている。この研究の成果は Itano & Generalis (2009) として Physical Review Letters に掲載された。

(6) 正方形断面ダクト流の非線形を求めることを見据え、ダクト内に内部加熱によって引き起こされるせん断流 (図5参照) の線形安定性を検証した。実際、この流れは、ダクト軸方向の圧力勾配と内部加熱の強さの二つのパラメータに依存し、層流の流速分布に変曲点が存在する領域で不安定になることをつきとめた。この研究の成果は Uhlmann & Nagata (2006) として Journal of Fluid Mechanics に掲載された。この解をホモトピー法で内部加熱がない温度一定の正方形断面ダクト流における非線形解に接続する研究プロジェクトが現時点で進行中である。

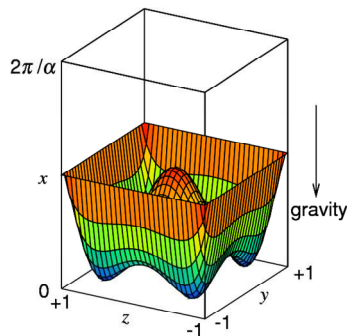


図5. 軸方向の圧力勾配と内部加熱によって引き起こされる正方形断面ダクト流.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

- ① Wedin, H., Bottaro, A. & Nagata, M. ‘Three-dimensional traveling waves in square duct’, Phys. Rev. E., Vol. 79, 0065305-1--4, (2009), 査読有.
- ② Itano, T. & Generalis, S. C. ‘Hairpin Vortex Solution in Planar Couette Flow: A Tapestry of Knotted Vortices’, Phys. Rev. Lett., Vol. 102, 114501-1-4, (2009), 査読有.
- ③ Wedin, H., Biau, D., Bottaro, A. & Nagata, M. ‘Coherent flow states in a square duct,’ Phys. Fluids, Vol. 20, 094105-1-12, (2008), 査読有.
- ④ Ehrenstein, U., Nagata, M. & Rincon, F. ‘Two-dimensional nonlinear plane Poiseuille-Couette flow homotopy revisited’, Phys. Fluids, Vol. 20, 064103-1-4, (2008), 査読有.

- ⑤ Masuda, S., Fukuda, S. & Nagata, M. ‘Instabilities of plane Poiseuille flow with a streamwise system rotation’, J. Fluid Mech., Vol. 603, 189--206, (2008), 査読有.
- ⑥ Masuda, S. & Nagata, M. ‘Transition in plane Poiseuille flow with a stream-wise rotation’, Advance in Turbulence, Vol. 11, 88--90, (2007), 査読有.
- ⑦ Hiwatashi, K., Alfredsson, P. H., Tillmark, N. & Nagata, M. ‘Experimental observations of instabilities in rotating Couette flow’, Phys. Fluids, Vol. 19, 048103-1-3, (2007), 査読有.
- ⑧ Wall, D. P. & Nagata, M. ‘Nonlinear secondary flow through a rotating channel’ J. Fluid Mech., Vol. 564, 25--55, (2006), 査読有.
- ⑨ Uhlmann, M. & Nagata, M. ‘Linear stability of flow in an internally heated rectangular duct’ J. Fluid Mech., Vol. 551, 387--404, (2006), 査読有.

[学会発表] (計 21 件)

- ① M. Nagata, ‘Transition to turbulence for flows without linear criticality’, International Symposium on Turbulence, 2009/9/23, Beijing (中国).
- ② Nagata, M. ‘Linear and nonlinear instabilities of sliding Couette flow’, 12th European Turbulence Conference, 9/7/2009, Marburg (ドイツ).
- ③ M. Nagata, ‘Transition to turbulence for flows without linear criticality’, International Conference and Advanced School on Turbulent Mixing and Beyond, 2009/8/4, Trieste (イタリア).
- ④ M. Nagata, ‘Bifurcations of the flow with viscous heating between parallel plates subject to a translational oscillatory boundary motion’, British Applied Mathematics Colloquium, 2009/4/9, Nottingham (連合王国).
- ⑤ Nagata, M. ‘Experimental study on circular Couette flow with density stratification’, IUTAM: Rotating Stratified Turbulence and Turbulence in the Atmosphere and Oceans, 12/8/2008, Cambridge (連合王国).
- ⑥ M. Nagata, ‘The sliding Couette flow

problem', 7th ERCOFTAC SIG33-FLUBIO Workshop: Open Issues in Transition and Flow Control, 2008/10/16, Santa Margherita Ligure (イタリア).

- ⑦ M. Nagata, 'The Taylor-Bénard problem', Euromech Fluid Mechanics Conference 7, 2008/9/16, Manchester (連合王国).
- ⑧ M. Nagata, 'The sliding Couette flow problem', Issac Newton Institute, Workshop Programme: Wall Bounded Shear Flows: Transition and Turbulence, 2008/9/12, Cambridge (連合王国).
- ⑨ Nagata, M. 'The Taylor-Bénard problem', British Applied Mathematics Colloquium, 2008/4/2, Manchester (連合王国).
- ⑩ Nagata, M. 'Nonlinear solutions of plane Couette flow with and without a system rotation', 18eme Congres Français de Mecanique, 8/29/2007, Grenoble (フランス).
- ⑪ Nagata, M. 'Experimental study on circular Couette flow with density stratification', 15th International Couette-Taylor Workshop, 7/12/2007, Le Havre (フランス).
- ⑫ Nagata, M. 'Modulated plane Couette flow with a streamwise rotation', 15th International Couette-Taylor Workshop, 7/9/2007, Le Havre (フランス).
- ⑬ Nagata, M. 'Transition in plane Poiseuille flow with a stream-wise rotation', 11th European Turbulence Conference, 6/26/2007, Porto (ポルトガル).

[図書] (計1件)

森北出版, 高速流体力学, 2010年, 総ページ数: 215.

[その他]

<http://www-gas.kuaero.kyoto-u.ac.jp/members/nagata/cgi-bin/wiki.pl>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

永田 雅人 (NAGATA MASATO)
京都大学・工学研究科・教授
研究者番号: 80303858

(2) 研究分担者

西岡 通男 (NISHIOKA MICHIO)
京都大学・工学研究科・COE 研究員
研究者番号: 60081444

河原 源太 (KAWAHARA GENTA)
大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授
研究者番号: 50214672

板野 智昭 (ITANO TOMOAKI)
関西大学・工学部・講師
研究者番号: 30335187

野口 尚史 (NOGUCHI TAKASHI)
京都大学・工学研究科・助教
研究者番号: 10447906

(3) 連携研究者

無し