

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18360363

研究課題名 (和文) 粒子法による伝熱・凝固・流動・変形解析の統合化

研究課題名 (英文) Integration of Heat Transfer, Solidification, Fluid Flow and Deformation Analyses Using Particle Method

研究代表者

安齋 浩一 (ANZAI KOICHI)

東北大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：40232087

研究成果の概要：

ラグランジュ系メッシュレス法の一つである粒子法は様々な現象を連成させ、統合的に解析を行うための最も有力な手法のひとつといえる。そこで、本研究では伝熱・凝固・湯流れ・変形など多くの現象が複雑に絡み合う casting 分野への粒子法の適用性を検討した。湯流れ解析と伝熱・凝固解析を連成させ、密度および粘性の温度依存性を導入することにより、体積変化を伴う複雑な問題の解析に成功し、casting 問題の統一解法の第一歩としてその基礎を示した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	6,800,000	2,040,000	8,840,000
2007年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2008年度	2,400,000	720,000	3,120,000
年度			
年度			
総計	11,800,000	3,540,000	15,340,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：金属生産工学

キーワード：鋳造，シミュレーション工学，凝固解析，湯流れ解析，変形解析

1. 研究開始当初の背景

金属溶融加工においては、得られる素材、素形材の組織が冷却速度や温度勾配によって変化する。そのため、加工時の伝熱・凝固・流動プロセスを差分法や有限要素法などにより数値解析することで加工条件の最適化に利用されている。一方、多くの金属は温度の低下および液相から固相への相変化に伴って収縮し、その収縮量は材料により異なるため、加工時に割れや引け巣といった致命的な欠陥が発生しやすい。

また、加工に伴う材料の変形は、伝熱特性を劇的に変化させる場合がしばしばある。し

かし、現在主流である差分法や有限要素法などのオイラー系数値解析法にはその原理的な困難さがあり、液相および多くの固相が同時に存在する場での界面移動を伴う伝熱・凝固・流動・変形解析を統合した解析はきわめて困難である。そのためたとえば高温割れや引け巣などの発生予測は冷却速度や温度勾配から間接的な方法で行っているのが現状である。

一方、ラグランジュ系の数値解析法である粒子法では、原理的に空間移動が簡単に考慮でき、液相および固相が同時に存在している系の流動・変形が複雑に関連した問題の全体

解析が可能なはずである。

2. 研究の目的

上に述べたように、鑄造は伝熱・凝固・流動・変形が複雑に絡み合う、非常に複雑なプロセスである。従来から鑄造 CAE に採用されているオイラー系解析手法では、それぞれの現象を独立もしくは部分的に連成させ、欠陥はその解析から得られた情報から間接的に見積もることで予測を行っていた。一方、ラグランジュ系の数値解析法である粒子法は、すべての現象を同時かつ統一的に扱うための有力な手法のひとつと考えられる。しかし、粒子法そのものがまだ新しい手法であり、鑄造問題に適用した報告はまだほとんどない。

そこで、本研究ではまず粒子法のなかでも MPS 法をもとにし、鑄造問題に適した伝熱・凝固・湯流れ連成解析手法の開発を行う。そして、体積変化を伴う多相・多領域問題の解析を行い、本手法の有効性を確認することで、粒子法による全く新しい鑄造 CAE の基礎を確立することを目的とする。

3. 研究の方法

粒子法では、解析に必要な勾配やラプラスアンといった演算は、他の粒子との粒子間相互作用を求めることで評価する。ここでは MPS 法を基にした計算手法と、本研究において提案する手法を説明する。

(1) 重み関数と粒子数密度

粒子法では計算点である粒子は空間の任意の場所に存在することができるため、すべての相互作用を考慮すると計算量が膨大になる。そこで、実際は相互作用する粒子は一定の有効半径内の近隣粒子に限定し、その粒子との間の相互作用の重み付き平均を求め、ここで計算を行う。本研究において、重み付き平均を求める際に用いる重み関数は式(3.1.1)を用いる。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{40r_0^2}{7\pi r_e^2} \left(1 - 6\left(\frac{r}{r_e}\right)^2 + 6\left(\frac{r}{r_e}\right)^3 \right) & (0 \leq r < 0.5r_e) \\ \frac{10r_0^2}{7\pi r_e^2} \left(2 - 2\frac{r}{r_e} \right)^3 & (0.5r_e \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad (3.1.1)$$

ここで r は相互作用を計算する 2 粒子間の距離、 r_e は相互作用の有効半径である。MPS 法では格子法における格子幅に相当する長さとして、粒子の代表長さ r_0 を用いる。相互作用の有効半径は、この代表長さとの比 $r_d r_0$ によって表し、一般に 2 から 4 程度の値を用

いる。

相互作用の重み付き平均を求めるためには、重み関数の和を用いる。この和は粒子の分布密度に密接に関連するため粒子数密度と呼ぶ。粒子 i における粒子数密度 n_i は次式で与えられる。

$$n_i = \sum_{i \neq j} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (3.1.2)$$

物質の十分内部にある粒子（重み関数の有効半径 r_e 内に自由表面がない粒子）の粒子数密度を特に n^0 と表記する。

(2) 粒子間相互作用

差分法では、勾配、発散、ラプラスアンといったベクトル解析の微分演算子に対し、テイラー展開などを用いた差分近似式を用いて微分方程式の離散化を行う。一方、MPS 法では粒子間相互作用モデルを用いる。

2 つの粒子 i, j が、それぞれ位置ベクトル $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j$ 、スカラー量 ϕ_i, ϕ_j 、ベクトル量 $\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j$ を保持している場合、粒子 i において勾配、ラプラスアンの計算には以下の計算モデルを用いる。

$$\nabla \phi_i = \frac{d}{n_i} \sum_{i \neq j} \frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (3.2.1)$$

$$\nabla^2 \phi_i = \frac{2d}{n_i} \sum_{i \neq j} \frac{(\phi_j - \phi_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (3.2.2)$$

式(3.2.1)を勾配モデル、式(3.2.2)をラプラスアンモデルと呼ぶ。ここで d は次元数である。

(3) 伝熱・凝固解析手法

伝熱解析の支配方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (3.3.1)$$

$$\Delta Q = t(T_1 - T_2) / R \quad (3.3.2)$$

ここで H は単位体積あたりの熱量(J/m³)、 t は時間(s)、 k は熱伝導率(W/(mK))、 T は温度(K)、 R は熱抵抗(m²K/W)、 T_1 (K)および T_2 (K) は接触界面におけるそれぞれの物質の表面温度である。式(3.3.1)および(3.3.2)を、式(3.2.2)を用いて粒子間相互作用モデルに置き換えると、以下の式となる。

$$H^{n+1}_i = H^n_i + \Delta t \left(\frac{2d}{n_i} \sum_{i \neq j} \frac{T_j - T_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 \left(\frac{1}{2k_i} + \frac{1}{2k_j} + \frac{1}{h\Delta|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} \right)} w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \right) \quad (3.3.3)$$

凝固の影響はエンタルピー法を用いて考

慮した.

(4) 流動解析手法

流動解析の支配方程式は以下の2式である.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (3.4.1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3.4.2)$$

式(3.4.1)は連続の式, 式(3.4.2)はNavier-Stokesの式である. ここで ρ は密度(kg/m³), t は時間(s), \mathbf{u} は速度(m/s), p は圧力(Pa), ν は動粘性係数(m²/s), \mathbf{f} は重力などその他の外力(体積力)である. これらの式にSMAC法と同様の半陰的アルゴリズムを適用する. 差分法と異なる点は, 差分法は圧力のポアソン方程式のソース項には速度の発散を用いるが, MPS法では式(3.4.3)に示すように粒子数密度を用いることである.

$$\nabla^2 p^{k+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^* - n^0}{n^0} \quad (3.4.3)$$

SMAC法は速度の発散がゼロとなるように圧力を計算することで連続の式を満足させるが, MPS法では粒子数密度が一定値 n^0 となるように圧力を計算する(以後, 粒子数密度条件とよぶ). 式(3.4.3)を解くことで新しい時刻 $k+1$ の圧力 p^{k+1} を求め, 粒子の速度および位置を修正する.

(5) 体積変化の計算モデル

オイラー系手法により解析を行う場合は, 通常隣接格子が一定であるため計算格子の大きな移動や変形は特殊なケースといえる. そのため収縮や膨張といった体積変化を扱う場合, 改めてアルゴリズムを構築する必要がある. 一方MPS法はラグランジュ系手法のため計算点である粒子の位置関係に制限はなく, 移動・拡大・縮小の扱いに適している. そのため体積変化を容易に扱うことができ, 引け巣や凝固膨張の直接解析が可能である.

MPS法により体積変化を考慮する場合, 重み関数を粒子代表長さにあわせて変化させるだけで, 従来のアルゴリズムをそのまま利用可能である. 以下に, 粒子 i における重み関数を $w_i(\mathbf{r})$ とした場合の重み関数を示す.

$$w_i(\mathbf{r}) = \frac{V_j w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|, r_{ei}) + V_i w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|, r_{ej})}{2V_i} \quad (3.5.1)$$

ここで V_i および V_j は粒子 i, j の体積, r_{ei}, r_{ej} は粒子 i, j の有効半径

$$(r_{ei} = r_{0,i} \times \frac{r_e}{r_0}, r_{ej} = r_{0,j} \times \frac{r_e}{r_0}) \text{ である. }$$

で粒子 i の代表長さ $r_{0,i}$ に温度依存性を導入することにより, 体積変化を考慮した解析ができる.

(6) 圧力の多重緩和

MPS法による流動解析を行う際, 速度の空間的な振動による不自然な速度減衰や, 圧力の急激な増加による不安定性が指摘されている. そこで本研究では, 速度減衰の低減と安定性の向上を目的として, 圧力の多重緩和を導入した. 図3.6.1にそのフローチャートを示す. 通常半陰解法では圧力のポアソン方程式は1回のみ解くが, 多重緩和による本手法では圧力と速度の緩和を複数回行うことで, 計算の安定性の向上を図る.

また多重緩和の速度修正を行う際, 以下の優先緩和係数 α を用いることで, 速度の減衰を低減する.

$$\Delta\mathbf{u} = -\alpha \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p^{**} \quad (3.6.1)$$

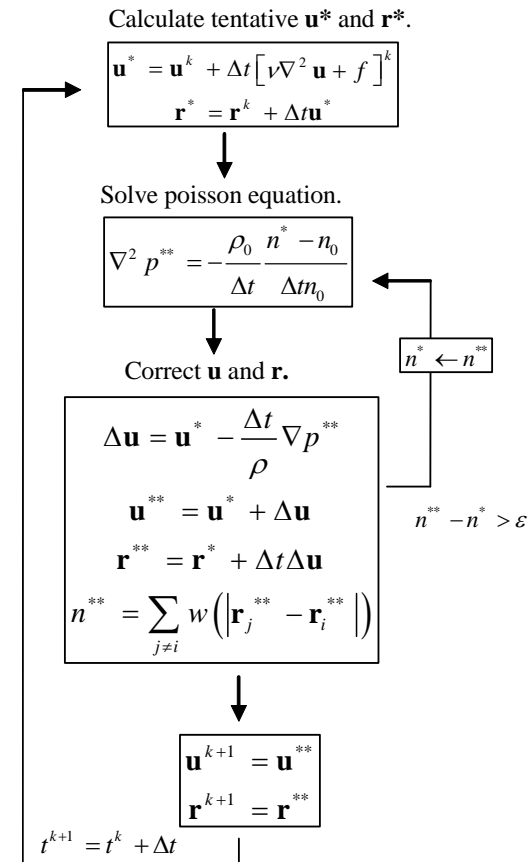


図 3.6.1 圧力の多重緩和

(7) 湯流れ・凝固連成解析

現在一般的に湯流れ・凝固を連成させ、固液共存域を考慮した解析を行う際は、溶湯がデンドライト樹枝間を流れるダルシー流れを仮定し、固相率によって透過率 K を設定することで流れを解くことが多い。本研究では単純のため、固相率の上昇とともに粘性を上昇させることで固液共存域の流動を考慮する。本研究においては温度とエンタルピー、固相率の関係はすべて直線近似で表すが、粘性も同様に単純な直線近似で表すことにする。また、組成的過冷却などの組織的な変化の影響は無視する。

また本来であれば固相部は熱応力解析により変形を考慮すべきであるが、本研究では湯流れ解析により代用する手法を考案した。液相の流動と同時に固体収縮を解く場合、収縮を計算するために負圧を扱わなければならない。しかし、MPS法において負圧が生じる場合は計算が不安定になりやすい。そこで、固相域と流動域を分けて解析を行う手法を提案した。

まず1ステップ目では固相域の粒子に対し、仮の速度をゼロとすることで負圧が生じる固相を安定に解く。2ステップ目では固相域の粒子は壁粒子とみなし、流動域の粒子に対して通常通りの多重緩和を用いた湯流れ解析を行う。

4. 研究成果

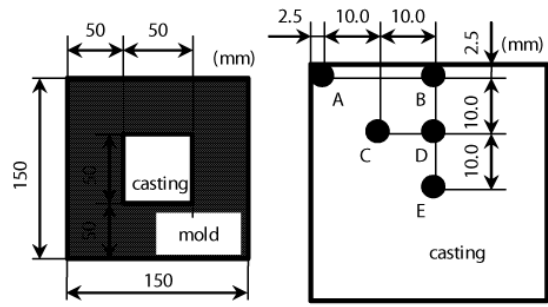
以下に、前節までに述べた手法を用いて得られた結果を示す。

(1) 凝固解析

図 4.1.1 に、凝固解析モデルを示す。鋳物に鋳鉄、鋳型に砂型を用いて凝固解析を行い、測定点 A の温度履歴を求めた。得られた冷却曲線を図 4.1.2 に示す。精度の比較には現在市販されている商用ソフトウェア AdStefan™ Ver.8 を用いた。図 4.1.2 は界面 2 面と接する点で、精度が最も悪化する可能性がある A 点の結果であるが、粒子法による結果は商用ソフトとほぼ同等の結果が得られることがわかった。他の 4 点については商用ソフトとほぼ一致する結果が得られた。このことから MPS 法による伝熱・凝固解析は十分な精度を有しているといえる。

(2) 流動解析

図 4.2.1 に、自由表面を有する流動解析の代表的なベンチマーク問題であるダム崩壊の解析モデルを示す。 $L \times 2L$ の水柱をキャビティの左側に設置し、重力により流れる様子を解析する問題である。



(a) Casting Design

図 4.1.1 解析モデル

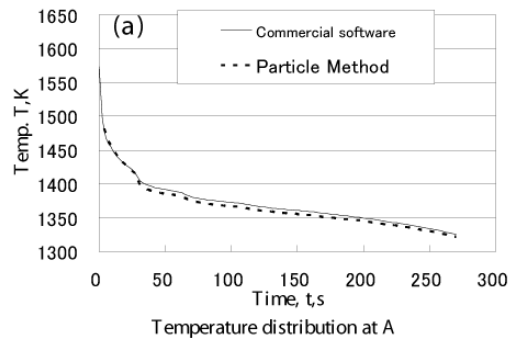


図 4.1.2 凝固解析結果 (A 点)

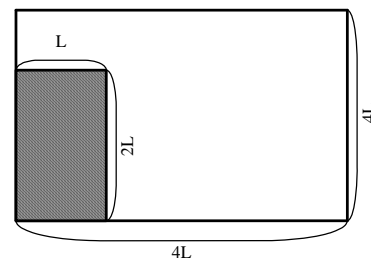


図 4.2.1 ダム崩壊解析モデル

図 4.2.2 に、波の減衰挙動を調べるため、全流体粒子の平均速度をプロットしたものを示す。比較のため、多重緩和を用いない場合を従来法として示した。実線が本手法による結果、破線が従来法による結果である。非粘性流体流れとしたため、波はすぐには消えないはずであるが、従来法は 5 秒後には波の挙動が消え、平坦なプロファイルになっている。これは、波の挙動が粒子の局所的な振動に変化したことを示している。一方本手法では 15s 経過後も波の挙動は消えずに残っていることから、本手法により速度の不自然な減衰が抑えられ、自然な結果を得られていることがわかる。

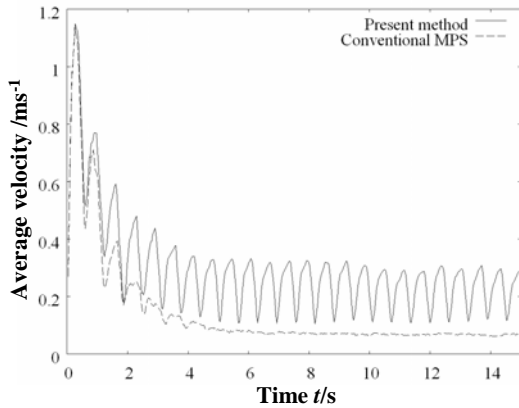


図 4.2.2 速度の平均値

(3) 流動・凝固連成解析

最後に、流動・凝固解析を連成させることで、湯流れと凝固問題を同時に解いた。その際、密度の温度依存性を導入し、粒子代表長さ r_0 に反映させることで、凝固収縮を考慮した。図 4.3.1 に、円柱形状の金型に鋳鉄を鋳込んだ場合の結果を示す。図 4.3.1 より、本手法を用いることで湯流れから凝固・収縮までを一連の流れとして解析ができることがわかった。

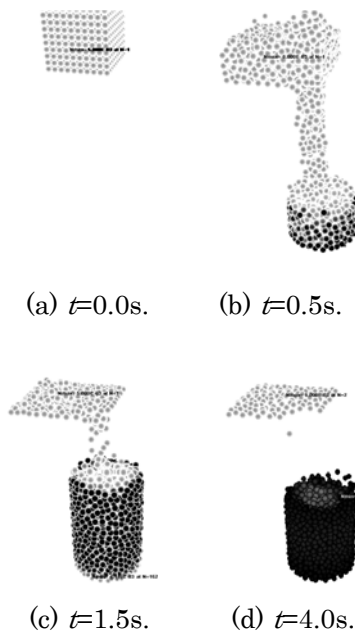
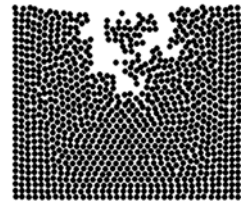


図 4.3.1 湯流れ・凝固解析結果

そして、図 4.3.2 には円柱状の純 Sn 鋳物の凝固収縮解析結果を示す。このような塊状鋳物の場合、鋳物上部の内引けと外引けの境界にブリッジが形成することがある。しかし従来のオイラー系手法による引け予測では、すり鉢状の引けとなることが多い。一方、本手法によれば詳細なブリッジの形



(a) Experimental. (b) Commercial software.



(c) Present method.

図 4.3.2 ブリッジング解析.

状や、ブリッジ形成による伝熱経路の変化といった複雑な連成問題の解析は容易に解析が可能であることがわかった。

以上より、粒子法による伝熱・凝固・湯流れ連成解析手法を提案し、鋳造問題への有効性について議論した結果、粒子法は鋳造問題のように体積変化を伴う複雑な多相・多領域問題の解析にきわめて有効な手法であることがわかった。また、本研究により、粒子法による革新的な鋳造 CAE の基礎を確立できたと結論する。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 1 件)

①平田直哉, 安齋浩一 「粒子法による伝熱・凝固解析手法の検討」 鋳造工学, 80 (2008) 81-87, 査読あり

〔学会発表〕(計 5 件)

①平田直哉, 安齋浩一, “粒子法による体積変化を考慮した凝固解析”, 鋳造工学第 153 回全国講演大会 (金沢) 15, Oct, 2008

②平田直哉, 安齋浩一, “粒子法による流動・凝固連成解析の試み”, 鋳造工学第 152 回全国講演大会 (名古屋) 24, May, 2008

③平田直哉, 安齋浩一, “粒子法による流動解析手法の検討”, 鋳造工学第 151 回全国講演大会 (仙台) 21, Oct, 2007

④N. Hirata, K. Anzai “Direct Simulation of Fluid Flow and Shrinkage using Particle Method”, MCSP7, Dalian, China, 21, Aug, 2007

⑤平田直哉, 安齋浩一, “粒子法による凝固解析手法の検討”, 鋳造工学第 150 回全国講演大会 (千葉) 19, May, 2007

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

○取得状況（計 0 件）

〔その他〕

6. 研究組織

(1) 研究代表者

安齋 浩一 (ANZAI KOICHI)

東北大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：40232087

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者