

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006 年度～2009 年度

課題番号：18500219

研究課題名 (和文) 確率過程に対する統計的漸近理論とその計算機実装

研究課題名 (英文) Statistical asymptotic theory for stochastic processes
And its computer implementation

研究代表者

阪本 雄二 (SAKAMOTO YUJI)

神戸大学・人間発達環境学研究科・准教授

研究者番号：70215664

研究分野：数理統計学

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：漸近理論, 確率過程, ファイナンス統計

1. 研究計画の概要

(1) 離散観測に基づく拡散モデルに対する M 推定量の漸近展開の導出, (2) 隠れマルコフモデルに対する推定量の漸近正規性の証明および漸近展開の導出, (3) ジャンプを持つ拡散過程の擬似最尤推定量および尤度に基づく検定統計量の漸近展開の導出, (4) 様々な株価・金利・割引債に基づく金融派生商品の価格に対する統計的推定・検定理論の構築, (5) 拡散過程の判別分析法の構築, (6) 推定・検定・判別分析の各種手法の計算機への実装を目標とする。

2. 研究の進捗状況

(1) 2006 年度：拡散過程に対する各種推測方法を計算機に実装するため, これまでの結果を整理し, 具体化する作業を進行させた。

特に, 定常的, あるいは, エルゴード的な場合の連続観測に対する最尤推定量, 擬似最尤推定量, 尤度比検定統計量, ラオ検定統計量, ワールド検定統計量, 修正ワールド検定統計量, ベイズ判別関数, プラグイン判別関数, 尤度比型判別関数の漸近キュミュラントの計算を行い, オルンシュタイン=ウーレンベック過程, CIR 過程, 平方根過程などの具体的な拡散過程に対して, 得られた公式が, 精度の高いキュミュラントを与えるかどうか, 代数的ソフトウェアによる計算や数値シミュレーションを行い検証した。また, 拡散係数が小さい場合, いわゆる, **small diffusion** に対しても, 同様に, 上記の推定量, 検定統計量, 判別関数について, 拡散過程を具体化したときのキュミュラント計算公式を求め, 代数ソフトによる結果, 数値シミュレーションによる結果と比較検討し, 精度の高い公式

を得ることができた。

拡散過程が多次元である場合は, キュミュラントの陽なる表現が容易でないので, その推定方法を検討する必要がある, 離散観測の場合や飛躍がある場合などと合わせて, 今後の検討課題となった。

(2) 2007 年度： ε マルコフ過程をデータとする推定問題の具体的な問題として, 拡散過程の漸近展開を実装するため, 展開係数の表現と十分条件を再検討した。また, リスク評価法に用いる裾確率近似法について考察した。さらに, 拡散過程でマークされる点過程の漸近展開も求めた。

具体的には, 拡散過程の M 推定量の漸近展開公式とその正当性のための十分条件を再度検討した。その応用として, 最尤推定量の 3 次の漸近展開公式の表現・十分条件を精査した。

また, 推定問題と異なり, 検定問題やリスク評価では裾確率が問題となるが, その有力な方法であるサドルポイント法は制約条件が強く, 拡散過程のような確率構造が複雑なモデルには適用できない。その困難を避けるため, **Wang** 変換のようなサドルポイント法の近似変換について考察した。

さらに, 拡散過程のモーメント推定量の一般化として, 拡散過程でマークされる点過程の漸近展開を求めた。

(3) 2008 年度：金利のダイナミクスをエンピリカルデータから推測する時, その統計的なリスク評価が問題となるが, エンピリカルデータそのもののダイナミクスが複雑であるため, 評価が困難であった。しかし

ながら、長期間のデータにエルゴード性を仮定することで、混合性を持つ確率過程に対する漸近展開を利用できることがわかり、最尤推定量の分布の高次漸近近似を求めることに成功した。また、尤度比検定統計量などの最尤推定量を利用する検定統計量に対しても、同様のアプローチでその高次漸近近似を求めることができた。この結果、金利の CIR モデルにおけるリスク評価式が明示的に求めることができた。

また、株価など拡散過程でモデル化される連続時系列が、ポアソン時間などのランダム時間でサンプリングされる時、それに基づく統計量の分布に対する近似公式を導いた (Sakamoto, Y. and Yoshida, N. 2008)。ランダム時間の観測値に基づく統計量は、拡散過程の関数の点過程による確率積分で表現されるが、点過程に内在する確率的独立性に注目すると、混合過程に対する漸近展開を利用できることが明らかになり、結果として統計量の分布の高次漸近近似公式が得られた。

3. 現在までの達成度

③やや遅れている。

(理由) ジャンプを持つ拡散過程の基本形である、拡散過程をマークする点過程の推測理論に関してある程度の結果を得ることができ、また、判別分析に関する公式、隠れマルコフモデルに対する漸近展開は得られたが、離散観測に基づく推測理論・漸近公式の導出とそれらの計算機実装が手付かずの状態である。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 小さな拡散過程とエルゴード的拡散過程に対する誤判別確率公式、および、それから得られる最適な判別手法の選択法について整理し、論文発表する。

(2) 隠れマルコフモデルに関する理論的な結果に対して、広範な条件のもとで数値シミュレーションを行い、モーメント推定量による棄却限界値の数表を作成する。また、それらの結果を論文発表する。

(3) マーク付き点過程に関する理論的結果をまとめ、拡散過程などの具体的なマークに対する近似公式の精度評価を行う。

(4) 判別分析法と隠れマルコフモデルに対する検定法に絞って、誤判別確率や棄却限界値の計算法を R 言語のコードで書き下す。OU 過程や CIR 過程以外のファイナンスモデルに対しても、コードを具体化する。可能ならば、マーク付き点過程の近似公式もコード化し計算機に実装する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Sakamoto, Y. and Yoshida, N., Third-order asymptotic expansion of M-estimators for diffusion processes, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 査読有, 2009, 掲載予定
- ② Sakamoto, Y. and Yoshida, N., Asymptotic Expansion for Stochastic Processes, *Journal of Japan Statistical Society*, 査読有, vol. 38, 2008, 173-185