

様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 21 年 5 月 12 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006～2008

課題番号：18540013

研究課題名（和文）半整数の重さのモジュラ形式及びジーゲルモジュラ形式の数論的研究

研究課題名（英文）An arithmetic study of modular forms of half integral weight and Siegel modular forms

研究代表者 小嶋 久祉(KOJIMA HISASHI)

埼玉大学大学院理工学研究科 教授

研究者番号：90146118

研究成果の概要：

第一にある線形群の $SU(2,1)$ 上の保形式の空間の表現の跡を具体的に決定した。第二に楕円モジュラ形式からヒルベルトモジュラ形式の持ち上げの内積の比の代数性を証明した。第三にマース波動形式 f から次数 $2n+1$ のジーゲルモジュラ形式 F の持ち上げを構成し、 F の標準的ゼータ関数を f の標準的ゼータ関数で表示した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成 18 年度	1,300,000	0	1,300,000
平成 19 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
平成 20 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	630,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：保型形式、モジュラ形式、半整数の重さのモジュラ形式、ジーゲルモジュラ形式

1. 研究開始当初の背景

(1) 小嶋は一般代数体上の半整数の重さのモジュラ形式 f から偶数の重さのモジュラ形式 F への志村対応 S を決定し、 F のフーリエ係数を f のフーリエ係数を用いて表示した。更に f のフーリエ係数の平方を F に付随するゼータ関数の中心値を用いて表示した。

(2) 小嶋とコーネンは楕円モジュラ形式からジーゲルモジュラ形式への池田の持ち上げの像に関するコーネン予想を n が $4|n, 4|n-1$ の場合を解決した。

2. 研究の目的

(1) 楕円モジュラ形式からジーゲルモジュラ形式への池田の持ち上げの像に関するコーネン予想を n が $4|n-2, 4|n-3$ の場合を解明する。

(2) 一般代数体上の一般表現付きの半整数の重さのモジュラ形式 f から偶数の重さの一般表現付きのモジュラ形式 F への志村対応 S を決定し、 F のフーリエ係数を f のフーリエ係数を用いて表示する。更に f のフーリエ係数の平方を F に付随するゼータ関数の中心値を用いて表示したい。

3. 研究の方法

(1) のコーネン予想を解決する方法は池田の持ち上げの像がジーゲルモジュラ形式のマース空間 M と一致することを示すことである。主な方法はジーゲルモジュラ形式のフーリエ、ヤコビ展開とテータ関数の変換公式を用いて M から半整数の重さのモジュラ形式の空間への線形写像 T を定義する。コーネンの補題を用いて T が池田持ち上げの逆対応であることを証明し我々の結果を得るよいである。

(2) 第二の課題を解明するにはテータ関数と志村の変換公式を用いて、一般代数体上の一般表現付きの半整数の重さのモジュラ形式 f から偶数の重さの一般表現付きのモジュラ形式 F への志村対応 S を構成する。 F のフーリエ係数を f のフーリエ係数を用いて表示することはテータ関数をポアンカレの級数の形に分解して行う。また f の定数倍を F とテータ関数の積の積分表示する。次にこの定数が平方因数の無い整数におけるフーリエ係数と一致することを示す。またアイ

ゼンシュタイン級数とテータ関数の積の志村対応の像がアイゼンシュタイン級数の平方であることを示し、 f のフーリエ係数の平方を F に付随するゼータ関数の中心値を用いて表示する。

4. 研究成果

(1) 一般の総実代数体上の index N の Jacobi 形式 f から Hilbert モジュラ形式 F への対応 T を構成し、 F の Fourier 係数を f の Fourier 係数を用いて、具体的に表示した。また f の平方因子が無い整数における Fourier 係数の平方を、 f の対応 T による像 $F=T(f)$ に付随するゼータ関数の中心値を用いて、具体的に表示した。これにより、Kohnen-Gross-Zagier による Jacobi 形式の Fourier 係数の平方と楕円モジュラ形式に付随するゼータ関数の中心値との間の関係式を一般の総実代数体上の Jacobi 形式の場合に一般化され

(2) 線形群 $SL(3, F(p)), SU(3, F(pp))$ の $SU(2, 1)$ 上の保型形式の空間への表現を定義し、その跡を具体的に計算しその表現を求めた。

(3) 楕円モジュラ形式からヒルベルトモジュラ形式の持ち上げを線形写像の形に決定し、持ち上げの内積の比をゼータ関数の特殊値で表してその代数性を証明した。

(4) $SL(2, Z)$ に関するマース波動形式 f から次数が $2n+1$ のジーゲルカスプ形式 F への持ち上げを定義した。更に f がヘツケ作用素の同時固有関数のとき F もヘツケ作用素の同時固有関数であることを証明し、 F の標準的ゼータ関数を f の標準的ゼータ関数を用いて表示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

(1) Shigeaki KOIKE and A. Swiech, Maximum principle for fully nonlinear equations via the iterated comparison function method, Math. Ann., 339, 461-484(2007), 査読あり

(2) Yoshihito Kohsawa and Takeyuki Nagasawa, On the existence of solutions of the Helfrich flow and its center manifold near spheres, Differential Integral Equations, 19, 121-142(2006) 査読あり

(3) Masaharu Ishikawa, Thomas W. Mattman and Koya Shimokawa, Exceptional surgery and boundary slopes, Osaka J. Math., 43, 807-821(2006) 査読あり

[学会発表] (計0件)

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小嶋久祉 (KOJIMA HISASHI)
埼玉大学大学院理工学研究科 教授
研究者番号: 90146118

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

酒井文雄 (SAKAIFUMIO)
埼玉大学大学院理工学研究科 教授
研究者番号: 40036596

水谷忠良 (MIZUTANI TADAYOSHI)
埼玉大学大学院理工学研究科 教授
研究者番号: 20080492

阪本邦夫 (SAKAMATO KUNIO)
埼玉大学大学院理工学研究科 教授
研究者番号: 70089829

小池茂昭 (KOIKE SHIGEAKI)
埼玉大学大学院理工学研究科 教授
研究者番号: 90205295

福井敏純 (FUKUI TOSHIKAZUMI)
埼玉大学大学院理工学研究科 教授
研究者番号：90218892

長澤壯之 (NAGASAWA TAKEYOKI)
埼玉大学大学院理工学研究科 教授
研究者番号：70202223

太田雅人 (OTA MASATO)
埼玉大学大学院理工学研究科 准教授
研究者番号：00291394

下川航也 (SHIMOKAWA KOUYA)
埼玉大学大学院理工学研究科 准教授
研究者番号：60312633

海老原円 (EBIHARA MADOKA)
埼玉大学大学院理工学研究科 講師
研究者番号：80213578