

研究種目：基盤研究 (C) ©

研究期間：2006 年度～2009 年度

課題番号：18540014

研究課題名 (和文) 周期積分と導来圏・モジュライ空間の幾何学

研究課題名 (英文) Period integrals, derived categories, and geometries of moduli spaces

研究代表者 細野 忍

大学院数理科学研究科・准教授

60212198

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：カラビ・ヤウ多様体, ミラー対称性, グロモフ・ウィッテン不変量

### 1. 研究計画の概要

グロモフ・ウィッテン不変量は、安定写像のモジュライ空間から定義されるシンプレクティック多様体の不変量である。この不変量は、特に複素 3 次元カラビ・ヤウ多様体の場合ミラー対称性によって、周期積分を用いた具体的な計算が可能となる。不変量の具体的な計算処方への数学的構造の解明を行い、また、具体的な計算を通してミラー対称性の圏論的な定式化法および D ブレインと呼ばれる対象のモジュライ空間の構造解明に向けた事象の蓄積を行なう。

### 2. 研究の進捗状況

高い種数を持ったグロモフ・ウィッテン不変量の計算処方、正則な周期写像を扱うホッジ構造の変形理論の枠組みでは捉えることが出来ず、正則アノマリーと呼ばれる現象を伴う。この正則アノマリーは準モジュラー形式に見られる典型的な現象として定式化できると従来から期待されていたが、カラビ・ヤウ多様体の変形空間のケーラー幾何学とホッジ構造の変形理論を統合することによって、準モジュラー形式に良く似た構造を導入できることが明らかになった。これによって、高い種数を持ったグロモフ・ウィッテン不変量を決定する方程式の数学的構造が見え始めている。

一方、具体的な計算によって接続層の導来圏は同値であるが、双有理同値ではない 2 つのカラビ・ヤウ多様体のグロモフ・ウィッテン不変量の計算例を挙げる事が出来た。こ

の例は、ミラー対称性や、D ブレインのモジュライ空間の構造解明に今後大切な役割を果たすものと期待される。

### 3. 現在までの達成度

不変量の具体的な計算処方に潜む数学的構造について、準モジュラー形式とのアナロジーを明確に定式化できたことは、今後の発展の基礎付けになると期待される。一方で、楕円曲線の準モジュラー形式に見られるような良い一意性がないことも明らかになり、まだ、何か第一原理となるものが欠けていると感じられる。

一方、ミラー対称性や D ブレインのモジュライ空間の構造解明に向けた事象の蓄積について、幾つか重要と思われる例の構築が出来たことは今後の発展に貢献できるものと思われる。

以上から、研究はおおむね順調に進展していると判断している。

### 4. 今後の研究の推進方策

今後の研究においては、準モジュラー形式とのアナロジーを手がかりに、周期積分とモジュライ空間のケーラー幾何学との融合に現れる数学的構造をさらに深めていく。とくに、ファイバー空間の構造をもつカラビ・ヤウ多様体の場合に注目したいと考える。

また、正則アノマリーを経由して計算されるグロモフ・ウィッテン不変量についても、具体的な事象の蓄積を引き続き行なうこと

とする。

5. 代表的な研究成果  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4件)

S.Hosono, BCOV rings and holomorphic anomaly equation, to be published in Adv.Studies in Pure Math. 2009 (査読 有)

S. Hosono, Y. Konishi, Higher genus Gromov-Witten invariants of the Grassmannian and the Pfaffian Calabi-Yau 3-folds, Adv. Theor. Math. Phys. 13,2009,463-495.(査読 有)

C. Doran, S. Hosono, On Stokes Matrices of Calabi-Yau Hypersurfaces, Adv. Theor. Math. Phys. 11,2007,147-174.(査読 有)

S.Hosono, Central Charges, symplectic forms, and hypergeometric series in local mirror symmetry, AMS/IP Studies in Adv. Math. 38, 2006, 405-436.(査読 有)