

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540025

研究課題名(和文) 閉包操作と代数群の作用

研究課題名(英文) Closure operations and Actions of Algebraic Groups

研究代表者

橋本 光靖 (Mitsuyasu HASHIMOTO)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・准教授

研究者番号：10208465

研究分野：可換環論

科研費の分科・細目：数物系科学・数学・代数学

キーワード：密着閉包、代数群

1. 研究計画の概要

代数群が作用する可換環の群の作用で不変なイデアルについて、それらの各種の環論的閉包操作によって、不変性が保たれるかどうかを論ずる。具体的には、根基、整閉包、密着閉包、フロベニウス閉包、プラス閉包についてこの問題を議論する。

2. 研究の進捗状況

現在までに、代数群がスキームに作用したときの同変層に関する基本的な事項と、局所コホモロジーの同変化について明らかとなり、目標に近づきつつある。具体的に、これまでの成果を個別に述べると、

(1) 同変層の基礎理論

同変層の概念は D. Mumford の仕事にさかのぼるが、彼の定義では圏論的な取り扱いに不向きであり、代数群(あるいはもっと一般に群スキーム) G がスキーム X に作用するときに、 G と X から構成される亜群(一種のスキームの図式) 上の同変層として捉えることにより、Hom, テンサー、順像、逆像、ねじれ逆像などの関手の構成と、それらの基本性質の証明が可能となった。とりわけ、ねじれ逆像を用いた Grothendieck 双対性の一般化と、ねじれ逆像のさまざまな場合の記述(固有な場合、開埋入の場合、順滑な場合、有限な場合、平坦次元有限の場合、正則埋め込みの場合)に成功した。応用として、有限群が多項式環に線型に作用するときの不変式環の Gorenstein 性に関する渡辺敬一の定理の一般化に成功した。

(2) 同変局所コホモロジー

大溪正浩氏との共同研究による。(1)の研究内容を踏まえ、同変層の上の関手として、

同変局所コホモロジーを定義し、その基本性質を論じた。応用として、線型簡約群が Cohen-Macaulay スキームに作用し、アフィンな幾何学的商が存在するとしたときその商も Cohen-Macaulay になる、という定理を得た。

(3) その他

簡約群が多項式環に線型に作用し、その多項式環が良いフィルター付けをもつならば、そのボレル部分群のユニボレント根基による不変式環は強 F 正則であることの証明に向けて考察を重ねた。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

理由：根基、整閉包については群が順滑な場合には決着がつき、いわゆるフロベニウス射を用いて得られる密着閉包、フロベニウス閉包が問題として残っている状態であるが、同変層について整備できたことが大きく、達成状況としては順調であると考えられる。研究期間内に当初の目標を達成する見込みである。

4. 今後の研究の推進方策

残り研究期間は約1年であるが、まとめとして、密着閉包とフロベニウス閉包が潤滑群スキームの作用で同変性を保つかという問題を中心に考察する。

また、新たに関連するフロベニウス写像の問題として、射の F 純性が問題になっているので、この問題も合わせて考察することにより、当初の目標を達成できるものと考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

[1] M. Hashimoto, Acyclicity of complexes of flat modules, Nagoya Math. J. (2008), 111—118. 査読あり

[2] M. Hashimoto and M. Ohtani, Local cohomology on diagrams of schemes, Michigan Math. J. 57 (2008), 383—425. 査読あり

[3] S. Takagi and K.-i. Yoshida, Generalized test ideals and symbolic powers, Michigan Math. J. 36 (2008), 711—724. 査読あり

[4] N. Terai and K.-i. Yoshida, A note on Cohen-Macaulayness of Stanley-Reisner rings with Serre's condition (S₂), Comm. Algebra 36 (2008), 464—477. 査読あり

[5] S. Goto and K.-i. Yoshida, Buchsbaum homogeneous algebras with minimal multiplicity, J. Pure Appl. Algebra 210 (2007), 735—749. 査読あり

[6] M. Hashimoto, Base change of invariant subrings, Nagoya Math. J. 186 (2007), 165—171. 査読あり

[7] N. Terai and K.-i. Yoshida, Buchsbaum Stanley-Reisner rings and Cohen-Macaulay covers, Comm. Algebra 34—7 (2006), 2673—2681. 査読あり

[8] N. Terai and K.-i. Yoshida, Buchsbaum Stanley-Reisner rings with large

multiplicities are Cohen-Macaulay, J. Algebra 301 (2006), 493—508. 査読あり

[9] N. Terai and K.-i. Yoshida, Buchsbaum Stanley-Reisner rings with minimal multiplicity, Proc. Amer. Math. Soc. 134 (2006), 55—65. 査読あり

[10] M. Hashimoto, Another proof of global F-regularity of Schubert varieties, Tohoku Math. J. 58 (2006), 323—328. 査読あり

[学会発表] (計 4 件)

[1] Mitsuyasu Hashimoto, U-invariants of a G-action, the 4th Japan-Vietnam joint seminar on commutative algebra by and for young mathematicians (2009年2月21日), 明治大学 (川崎市)

[2] 橋本光靖, G-prime and G-primary G-ideals on G-schemes, 第30回可換環論シンポジウム、平成20年11月19日、唐津市

[3] Mitsuyasu Hashimoto, G-prime and G-primary G-ideals on G-schemes, Commutative algebra and its interactions with algebraic geometry, (2008年10月3日), CIRM, Luminy (France).

[4] 橋本光靖, 不変式環の環論的性質、第53回代数学シンポジウム、平成20年8月5日、盛岡市

[図書] (計 1 件)

[1] J. Lipman and M. Hashimoto, Foundations of Grothendieck Duality for Diagrams of Schemes, Springer Verlag (2009), 478+x pp.