

平成22年5月31日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006 ~ 2009

課題番号：18540026

研究課題名 (和文) 有限体および局所体上の対称空間の表現論

研究課題名 (英文) Representation Theory of Symmetric Spaces over Finite or Local Fields

研究代表者

加藤 信一 (KATO SHIN-ICHI)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：90114438

研究成果の概要 (和文)：有限体および p 進体上の簡約群の表現論の自然な拡張として、これに付随した対称空間の表現について研究を行った。特に p 進群の場合に、対称空間上の表現が (相対) 尖点表現や二乗可積分表現になるための判定法を、古典的な群の場合と同じような定式化で与えることに成功した。また部分表現定理の対称空間への拡張も得た。その他有限体の場合にコホモロジー誘導による対称空間の表現の構成も研究した。

研究成果の概要 (英文) : As a natural generalization of the representation theory of reductive groups, we studied representations of symmetric spaces attached to these groups. In the case of groups over p -adic fields, we established criteria for (relatively) cuspidal representations and square-integral representations in the form analogous to the group case. Moreover we proved the symmetric space version of subrepresentation theorem. In the case of groups over finite fields, we studied a construction of cuspidal representations on symmetric spaces by cohomological induction.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成18年度	900,000	0	900,000
平成19年度	800,000	240,000	1040,000
平成20年度	800,000	240,000	1040,000
平成21年度	800,000	240,000	1040,000
年度			
総計	3300,000	720,000	4020,000

研究分野：表現論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：対称空間, 表現論, 簡約群, 有限体, 局所体

1. 研究開始当初の背景

実数体上の対称空間の表現論は、実リ一群の表現論の自然な拡張として、大きく発展してきました。それに比べて有限体や、 p 進体上の簡

約群に付随した対称空間の表現論は、まだその基礎も完全とは言えない。本研究は、この状況に切り込んで、これら対称空間の表現論の確固とした基礎的理論を構築しようとし

たものである。

2. 研究の目的

本研究課題の目的は、有限体や p -進体上の対称空間の表現論に、通常の簡約群の表現論と同様な枠組みをあたえること、そしてそれを対称空間の調和解析に（数論への応用も見込んで）応用することにある。

その内容は、簡約群の尖点的表現の類似である相対尖点的表現の重要性が、部分表現定理などを通じて重要な役割を果たすことがわかってきたことを鑑み、相対尖点的表現を中心にその構造を考察することにある。それと同時に、特に p 進体の場合には二乗可積分表現、緩増加表現などを扱って対称空間の調和解析を進展させることを目指すことになる。また有限体上の対称空間については、古典的なハリシュチャンドラ流の表現の分類が成立することを調べる。更には各種の例を精査することにより、リー群の場合と同じように、相対尖点的表現の存在条件と、シグマ分裂極大トーラスとの関連を確立させることが目標の一つになる。

3. 研究の方法

有限体や p 進体上の簡約群の表現論同様、ハリシュチャンドラ流の誘導表現およびジャック加群が基本的な道具になる。 P 進体の場合は、対称空間の構造論（一般化された分解定理など）や、相対ジャック写像を用いた一般化された行列成分の漸近挙動の研究が有効である。有限体の場合は1進コホモロジーを用いるドリーニュールスティック理論が有効と思われるが、まだ十分には活用できていない。

4. 研究成果

簡約群の対合シグマに関して対称空間を考える。加藤（研究代表者）と高野（連携研究者）は p -進体上の場合に、任意の対称空間の既約表現（つまり ディスティンギッシュトな既約表現）に対してシグマ分裂な放物型部分群とそのレビ部分群の相対尖点的既約表現の組で、元の表現が放物型部分群からの誘導に含まれるようなものが取れる、という部分表現定理を、ジャックによる群の場合の拡張として一般の形で確立・発表した。また、表現が相対尖点的になるかどうかジャック加群の消滅性によってわかるというジャックの定理、および表現が自乗可積分になるかどうかジャック加群のエクスポネントを見ることでわかるというキャッセルマンの判定法を、対称空間上の表現の場合に”相対”ジャック加群を用いて自然な形で拡張した。いずれも”相対”ジャック加群（定数項）の理論を構築したり、対称空間の構造論、特

に分解定理を巧みに用いたりすることにより得られるものである。

一方有限体上の対称空間の表現に対してもいくつかの知見を得た。まず坂内・川中・ゾンによる予想を満たす表現の系列の存在をある種の仮定の下で示すことに成功した。つまり実リー群の場合と同様に、有限体上のシグマ分裂極大トーラスの非特異な一次指標に対して既約ディスティンギッシュト表現が定まり、その次数が通常の群の場合のマクドナルド予想に類似した形で与えられるというものである。さらにはトーラスが有限体上ミニソトロピックであるとき、得られた表現が相対尖点的表現（と呼ぶべきもの）になる。この表現の構成にはルスティック誘導関手を用いる。その意味でここで得られた表現はドリーニュールスティック表現の対称空間上の類似物と見なすことが出来る。

この他に松木（研究分担者）、西山（連携研究者）は実リー群や実対称空間の表現や関係する幾何学についての研究を行った。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 9 件）

① S. Kato and K. Takano, Subrepresentation theorem for p -adic symmetric spaces. Int. Math. Res. Not. IMRN 2008, no. 11, 1-40, 査読有

② S. Kato and K. Takano, Square integrability of representations on p -adic symmetric spaces. Journal of Functional Analysis 258, 2010, 1427-1451, 査読有

③ S. Teck Lee, K. Nishiyama and A. Wachi, Intersection of harmonics and Capelli identities for symmetric pairs, J. Math. Soc. Japan 60(2), 955-982, 2008, 査読有

④ T. Matsuki, Equivalence of domains arising from duality of orbits on flag manifolds III, Trans. Amer. Math. Soc., 359, 2007, 4773-4786, 査読有

⑤ T. Matsuki, Equivalence of domains arising from duality of orbits on flag manifolds II, Proc. Amer. Math. Soc., 134, 2006, 3423-3428, 査読有

⑥ T. Matsuki, Equivalence of domains arising from duality of orbits on flag manifolds, Trans. Amer. Math. Soc., 358, 2006, 2217-2245, 査読有

⑦ K. Nishiyama, H. Ochiai and C-B. Zhu, Theta lifting of nilpotent orbits for

symmetric pairs, Trans. Amer. Math. Soc.,
358, 2006, 2713-2734, 査読有

⑧ K.Nishiyama, A.Wachi, A note on the
Capelli identities for symmetric pairs of
Hermitian type. Infinite dimensional
harmonic analysis IV, 223--254, World Sci.
Publ., Hackensack, NJ, 2009. 査読有

⑨ K.Nishiyama, Resolution of null fiber
and conormal bundles on the Lagrangian
Grassmannian. Geom. Dedicata 143 (2009),
19--35. 査読有

[学会発表] (計 7 件)

① 松本敏彦, Analysis and geometry on
homogeneous spaces, 微分方程式と対称空
間・大島利雄先生還暦記念研究集会,
2009.1.14, 東京大学大学院数理学研究科

② 西山享, 半単純軌道の漸近錐と退化主
系列表現, RIMS 研究集会「表現論と非可換調
和解析における新しい視点」

2008年9月16日, 京大数理研

③ K. Nishiyama, Symmetric pair and
orbits on the flag variety, Summer School
on Lie Theory, August 11--19, 2008, NCTS
(National Center for Theoretical Science),
NCKU (National Cheng-Kung University)

④ K. Nishiyama, Asymptotic cone of
semisimple orbit for symmetric pairs,
Functional Analysis X --Representation
Theory--, 2008年7月1日, IUC, Dubrovnik,
Croatia

⑤ 加藤信一, Subrepresentation theorem
for p-adic symmetric spaces, 第10回代数
群と量子群の表現論研究集会, 2007年6月1
日, 上智軽井沢セミナーハウス

⑥ 加藤信一, 高野啓児, p 進対称空間の二
乗可積分表現について, 2009年日本数学会
秋季総合分科会, 2009年9月27日, 大阪大
学豊中キャンパス

⑦ 高野啓児, p 進体上の対称空間における
尖点表現と離散系列表現, 2010年日本数学会
年会, 2010年3月26日, 慶應大学矢上キ
ャンパス

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

特になし。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

加藤 信一 (KATO SHIN-ICHI)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号: 90114438

(2) 研究分担者

松木 彦 (MATSUKI TOSHIHIKO)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号: 20157238

(3) 連携研究者

西山享 (NISHIYAMA KYO)
青山学院大学・理工学部・教授
研究者番号: 70183085
(H18→H20, 研究分担者)

高野啓児 (TAKANO KEIJI)
明石工業高等専門学校・一般科目・准教授
研究者番号: 40332043