

平成 21 年 5 月 19 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006 年度-2009 年度

課題番号：18540044

研究課題名 (和文) 安定圏を用いたシジジー問題研究

研究課題名 (英文) Syzygy problems using stable categories

研究代表者 加藤 希理子 (Kiriko Kato)

大阪府立大学 大学院理学系研究科 准教授

研究者番号：00347478

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：環論

1. 研究計画の概要

シジジー同値で環上の加群を分類し、この観点から環を特徴付ける。加群の安定圏や三角圏の枠組みで研究を進める。

2. 研究の進捗状況

(1)鎖複体のホモトピー圏と加群の安定圏との三角同値 (伊山・宮地との共同研究) 代数幾何学では、特異圏と呼ばれるホモトピー圏が、正則性を記述するものとして盛んに研究されている。なかでも Buchweitz の定理は、ゴレンシュタイン環上の特異圏とコーエン・マコーレー加群の安定圏との三角同値を示し、古典的な問題意識である導来同値とは異なる圏同値を与え、注目されてきた。研究代表者らは、Buchweitz 型の新しい定理として、有界ホモロジー複体のなすホモトピー圏が拡大環のコーエン・マコーレー加群安定圏と三角同値であることを得た。Buchweitz の定理は、特異圏がコーエン・マコーレー近似 (加群のコーエン・マコーレー加群による右近似) を表すことを示すものだが、研究代表者らの結果は、コーエン・マコーレー加群による両側近似を与えている。(2)三角圏における捩れ対の対称性。(伊山・宮地との共同研究) (1)の証明の鍵は、著しい対称性をもつ部分圏の捩れ対 (対称 recollement) を発見したことにある。この観点から、コーエン・マコーレー加群圏を一般のプロベニウス圏に拡張して、代数的三角圏がつねにホモトピー圏と三角同値であることを得た。対称 recollement の起こる仕組みは十分に解明されていないが、分数的 Calabi-Yau 圏においては、自然に対称 recollement を構成することができることも判った。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。懸案だった、コーエン・マコーレー加群による双方向近似をホモトピー圏を経て解明したことは、評価できると思う。

4. 今後の研究の推進方策

ホモロジー的に有限な加群をホモトピー圏によって三角圏の観点から特徴付ける研究を行う予定である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

①Kiriko Kato “Syzygies of Modules with positive codimension”, *Journal of Algebra*, Vol.318 no.1, pp25-36, 2007 年 12 月, 査読有

②Kiriko Kato “Morphisms represented by monomorphisms”, *Journal of Pure and Applied Algebra*, Vol.208 no.1 pp261-283, , 2007 年 1 月, 査読有

[学会発表] (計 6 件)

① 加藤希理子 “Recollement of homotopy categories and Cohen-Macaulay modules” Workshop on Representation Theory of Algebra, 2008 年 9 月 2-3 日, 静岡大学

② 加藤希理子 “Recollement of homotopy

categories and Cohen-Macaulay modules” ,
Commutative Algebra: Connections with
Algebraic Topology and Representation
Theory, 2008 年 5 月 18 日, 米国 Nebraska
大学 Lincoln 校

- ③ 加藤希理子 “Triangulated categories
over rings” 「空間の代数的・幾何的モデ
ルとその周辺」信州大学, 2007 年 9 月 6 日
- ④ 加藤希理子 ” Morphisms represented by
monomorphisms” Workshop on
triangulated categories, 英国 Leeds 大
学、2006 年 8 月 15 日