

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究（C）  
 研究期間：2006～2009  
 課題番号：18540076  
 研究課題名（和文） 最短ネットワーク問題と平面凸ビリヤード問題の測地線の幾何学的方法による研究  
 研究課題名（英文） Geometry of geodesics for minimum network problem and plane convex billiards  
 研究代表者  
 氏 名：印南 信宏（Innami Nobuhiro）  
 所 属：新潟大学・自然科学系・教授  
 研究者番号：20160145

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：微分幾何学，測地線の幾何学，最短ネットワーク問題，シュタイナー比

## 1. 研究計画の概要

貼り合わされた曲面上で最短ネットワーク問題やポロノイ領域の問題を研究することは理論的な数学ばかりでなく応用上も重要である。測地線の幾何学的方法（トポノゴフの比較定理や平行線の理論など）は、その有効な研究手段になる。実際、曲面に対するシュタイナー比の研究は測地線の幾何学の活躍の場になる。また、ポロノイ領域の境界がどのように貼り合わされているかは多様体の位相構造、幾何構造と密接に関係する。測地線の幾何学として行われてきた方法により、最短ネットワーク問題やポロノイ図の問題を貼り合わされた曲面上で効果的に研究できる。

## 2. 研究の進捗状況

最短ネットワーク問題については、ポワンカレディスクのシュタイナー比を求めることに成功し、知られていたユークリッド平面と球面のシュタイナー比の証明に誤りがあることを見つけた。このため、非負曲率アレキサンドルフ曲面のシュタイナー比を求める問題は、点の個数が5以下の場合にだけ、同じ方法で求められそうなのことが分かった。曲面をポロノイ領域へ分割する問題では、かなりの部分が適当な条件の変更の下に平面の場合とほとんど同様に成立する。しかし、まとめる段階にはまだ達していない。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

（理由）

非負曲率アレキサンドルフ曲面のシュタイナー比を求める問題では、参考とした論文に

誤りが発見されたため目標が大きく変わった。目標を点の個数が7以下の場合に証明することにした。この場合、研究が8割達成されている。曲面のポロノイ分割に関しては、平面の場合とほとんど同様の性質が成立することが大体わかったのでまとめに入る。

## 4. 今後の研究の推進方策

非正曲率アレキサンドルフ曲面において、5点以下の場合のシュタイナー比を求めるには、三角形間の距離減少写像の存在定理を利用して、平面のシュタイナー比との比較をルービンシュタインとウェンによる方法で行う、平面のシュタイナー比に関してはドとファンの方法が5点以下では有効であり、7点以下については、5点以下の場合に帰着することを示したピーターオロフドウェットの方法を参考にする。ポロノイ分割に関しては、証明を精査してまとめる。

## 5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 3 件)

Nobuhiro INNAMI and Byung Hak Kim, Steiner ratio for hyperbolic surfaces, Proceedings of the Japan Academy, Vol.82, No.6, 2006, pp.77-79

Nobuhiro INNAMI, Compression theorems for surfaces and their applications, Journal of the Mathematical Society of Japan, Vol.59, No.3, 2007, pp825--835

— N. Innami, B.H. Kim, Y. Mashiko and K. Shiohama, The Steiner ratio conjecture of Gilbert-Pollak may still be open, *Algorithmica*, to appear.

〔学会発表〕(計 2 件)

— 印南信宏, 距離を減少させる三角形間の写像とその応用, 研究集会「第10回測地線及び関連する諸問題」, 2008年1月5日, 熊本大学

— 印南信宏, シュタイナー比に関する Gilbert-Pollak 予想の証明には誤りがある, 研究集会「測地線及び関連する諸問題」, 2009年1月11日, 熊本大学