

平成 21 年 5 月 11 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006 ~ 2009

課題番号：18540079

研究課題名 (和文) 非可換幾何学における概正則曲線の研究

研究課題名 (英文) Non commutative geometry and moduli spaces of holomorphic curves

研究代表者 加藤 毅

( Kato Tsuyoshi)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：20273427

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：キャパシティー, モジュライ理論

## 1. 研究計画の概要

ここでの目的は、シンプレクティック多様体のキャパシティー不変量について研究を行うことである。それはハミルトン力学系を用いて構成されることから、力学系との関係をしらべることは極めて重要なテーマである。その不変量はどの程度のシンプレクティック球体がそれら多様体自身に埋め込めることができるか、その程度を計るもので、シンプレクティック多様体自身の構造を調べるために、極めて有効である概正則曲線のモジュライ理論と密接な関係がある。ここでは非コンパクト空間上での楕円型モジュライ理論を発展させ、さらにそれを用いて力学系と群作用へ応用していくことが目的である。

## 2. 研究の進捗状況

モジュライ空間は楕円型非線形偏微分方程式の解全体の空間であるが、コンパクト多様体上ではかなり進んだ一般論がある。その一方で非コンパクトな場合には個別の状況に応じた構成が必要とされる。ここではコンパクト空間上で成立するモジュライ理論の構成のうち、非コンパクト空間上でも

成り立つようなものを4次元多様体に関して抽出し、それをもとに非コンパクト空間上でのモジュライ理論を構成した。特にキャッソンハンドル上でのモジュライ理論の構成をおこなった。一般に非コンパクト空間上でのモジュライ理論に関して二つのステップがあり、一つは線形化方程式のフレドホルム理論、もう一つは横断正則性理論である。4次元多様体上ではこれまで前者の構成ができていた。昨年度までの研究により、後者の横断正則性に関する解析を行った。その手法は非コンパクト空間上の関数空間を漸近的にコンパクト空間上のもので近似していくものであり、ある種の一様評価を与えることで非コンパクト空間上のモジュライ空間の横断正則性を導いた。

## 3. 現在までの達成度

## (2) おおむね順調に進展している。

これまで横断正則性の解析は非常に難しかったが、商ソボレフ空間の概念を用いることで突破口が開けた。

## 4. 今後の研究の推進方策

近年ハミルトン微分同相群の有限生成離散部分群の研究が進展しており、ポルテロビッチたちによって、幾何群論的な側面についての研究が大きく発展してきている。一

方で、元の多様体が非自明な基本群を持つ場合、その上のモジュライ空間にはそれら群が作用するが、その群作用とモジュライ空間との関係はもとの多様体の構造を大きく反映しておりそれを調べることはきわめて重要である。ここではまずそのような基本群が存在する場合のモジュライ理論の構成を行う。それは実際には非コンパクト空間上でのモジュライ理論の構成となり、そこへの群作用との関連を詳しく調べる。特にその群作用から定まるある種の不変量の構成を行う。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

(1) T.Kato, Deformations of real rational dynamics in tropical geometry, to appear in Geometric and Functional Analysis (accepted)

(2) T.Kato, Growth of Casson handles and transversality for ASD moduli spaces, Geometry and Topology vol 12 p1265-1311 (2008).

(3) T.Kato, ASD moduli spaces over four manifolds with tree-like ends, Geometry and Topology, vol 8 p779-830 (2004).

[学会発表] (計 5 件)

(1) T.Kato, Growth of Casson handles and Yang-Mills gauge theory, The 4-th Geometry conference for the Friendship of China and Japan, Chern Institute of Mathematics, (International conference at Tianjin) December 22-27, 2008, 中国天津

(2) T.Kato, Deformation of real rational dynamics in tropical geometry, Seminars on geometric group theory, Universite Paris 7, September 29, 2008,

France

(3) T.Kato, Growth of Casson handles in K3 surface and Yang Mills gauge theory, Topology seminar 16 September 2008, Aurfus University, Denmark

(4) T.Kato, A dynamical pattern formation, tropical geometry and informative entropy, Probabilistic Approach to Geometry, The Mathematical Society of Japan, Seasonal Institute (International conference at Kyoto) July 28-August 8, 2008, Kyoto.

(5) 加藤 毅 離散力学系とトロピカル幾何学、日本数学会企画特別講演 2009年3月28日 東京大学.

[図書] (計 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]