

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2010

課題番号：18540090

研究課題名（和文） 曲面の錐状特異点付きユークリッド構造とタイヒミュラー空間

研究課題名（英文） Euclidean cone-structures on a surface and Teichmüller spaces

研究代表者

高山 晴子（TAKAYAMA HARUKO）

九州大学・大学院数理学研究院・助教

研究者番号：90274430

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：トポロジー、タイヒミュラー空間、平面多角形

1. 研究計画の概要

タイヒミュラー空間とは曲面上の複素構造の同値類からなる空間であり、その幾何構造は極めて複雑な様相を呈していることがよく知られている。例えばタイヒミュラー距離は「双曲的」ではあるが、実際には双曲ではない。本研究では、タイヒミュラー空間を曲面の錐状特異点付きユークリッド構造の同値類とみなしたときに得られる幾何構造について調べることを目的とする。そのためのタイヒミュラー空間の新しい大域パラメタによるタイヒミュラー空間の新しい距離の導入、写像類群の作用、タイヒミュラー空間の境界およびタイヒミュラー複素曲線の記述を得ることを目的としている。

2. 研究の進捗状況

リーマン面のモジュライ空間は、曲面上の錐状特異点付きユークリッド構造のモジュライ空間と同一視できるという Troyanov の結果を用いて、その普遍被覆空間であるタイヒミュラー空間をマーク付きの錐状特異点付きユークリッド構造のモジュライ空間と見なすことができる。このとき、リーマン面のモジュライ空間内の超楕円曲線族がなす部分空間について、そのタイヒミュラー空間が平面多角形のモジュライ空間と同型であれば、タイヒミュラー空間の平面多角形によるパラメタが構成できる。実際、1点付きトーラスのタイヒミュラー空間が平面上の四角形の相似類のなす空間と同型であることを示すことができた。このとき、実際にタイヒミュラー空間の元に対応する四角形の条件が、Kenyon と Smillie による多角形の J-不変量を用いて記述できることが判明した。これは

予想外のことである。また、種数2のリーマン面のタイヒミュラー空間については、平面上の五角形の相似類のなす空間との同一視を試みている。この同型を示すために、タイヒミュラー空間への写像類群の作用に対応する平面多角形のモジュライ空間上の作用により、任意の特異五角形を非特異五角形に変形することが必要である。これらのことを数式プログラム MATLAB を用いて乱数的に発生させた五角形に対して非特異化の変換実験を多数行った。そして Excel を用いた多角形の描画を行い、数式ソフト Mathematica および用いて施すべき作用を予測している。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

タイヒミュラー空間の新しい幾何構造を得るために必要な新しいパラメタの導入が1点付きトーラスの場合に行われたので、この場合の新しい距離の導入ができており、その性質を調べることができる段階にあるため。

4. 今後の研究の推進方策

今後はまずは1点付きトーラスの場合の幾何構造について調べ上げ、さらに種数2以上の場合に対応する五角形のモジュライ空間との同型を示したい。

5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計0件）

〔学会発表〕（計0件）