

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540092

研究課題名 (和文) 重心配置空間のホモトピー論への応用

研究課題名 (英文) Applications of centers of mass configuration spaces to homotopy theory

研究代表者

神山 靖彦 (KAMIYAMA YASUHIKO)

国立大学法人琉球大学・理学部・教授

研究者番号：10244287

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：重心, 配置空間, クモの巣装置

1. 研究計画の概要

(1) ホモトピー論は写像の研究という抽象的な数学であり、状況に応じて様々な方法により問題が解決されてきた。一方、配置空間は点の配置という幾何学的対象である。

(2) 1つの普遍的な配置空間を用意し、それを研究することによりホモトピー論の種々の問題を統一的に解決しようという試みはなされたことがなかった。

(3) 本研究の目的は、普遍的な配置空間を具体的に構成し、その研究からホモトピー論の諸定理を統一的に証明し、未解決問題への応用を考察することである。

2. 研究の進捗状況

(1) ホモトピー論の情報を深く含んでいると予想される重心配置空間を構成することに成功した。更に、重心配置空間を定義域とする写像を構成し、この写像と安定ホップ不変量との間の可換図式を証明することに成功した。

(2) 重心配置空間と通常配置空間の、奇素数係数局所ホモロジーは同型であろうという予想を提示した。この予想が正しければ、ある3重懸垂空間を定義域とする Selick の写像が2重懸垂空間からの写像に desuspend されるという予想が解決されることを証明した。

(3) この予想が正しいであろうという1つの理由を考察した。この予想は素数として2をとった場合でも考察することができる。しかし、ホモトピー論で知られているように、Selick の写像は2で局所化した場合は、2重懸垂空間からの写像に desuspend しない。実際に私は素数として2をとったときに予想を精密に研究し、この場合には予想が成立しないことを証明した。

(4) 素数として2をとったとき予想が成り立たないことの応用として、平面幾何に関する興味深い定理を発見した。「平面内の四角形全体のなす空間は、平行四辺形以外の四角形からなる空間に変形できない」というものである。

(5) 重心配置空間に関連するものとして、クモの巣装置の配置空間を構成した。これはロボティクスから定義される配置空間であるが、興味深いことにトーリックトポロジーにけるモーメント角複体とホモトピー同値であることを証明した。

(6) 更にクモの巣装置の配置空間を1回懸垂すると球面のブーケに分解することを証明した。モーメント角複体のホモロジーが分解することはよく知られているが、空間レベルで分解することを証明したわけである。これはホモロジーの分解が任意のホモロジー理論で成立するなど、非常に広い応用を含んでおり注目されている。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由) 重心配置空間という目標とすべき配置空間の構成に成功し、解決すべき予想も明確に提示した。2007年12月の京都大学でのCOE国際会議でそれまでの成果を発表したところ、Gitler教授、Wu教授といった著名な数学者に論文の請求を受けた。

更に、クモの巣装置に関連するロボティクスに関する講演を2006年5月に大阪市立大学でのCOE国際会議で行ったところ、多くの聴衆が興味を持ち、論文請求や質問をしてきた。

4. 今後の研究の推進方策

クモの巣装置の配置空間の配置空間はトーリックトポロジーとも関連して、その研究は益々重要になると思われる。以下の2点を行いたい。

(1) ロボットの動きを数学的に計る量として「位相的複雑さ」という概念がある。これはLSカテゴリーに類似したものであるが、計算することは非常に難しく、成功した例はほとんどない。そこでクモの巣装置の配置空間の位相的複雑さの研究を行う。

(2) クモの巣装置は空間内に多面体を1つ与えるごとに定義される。本研究課題の成果の1つは、クモの巣装置の配置空間の球面による分解である。しかし、実際に多面体を与えたとき何次元の球面が幾つ生じるか決定することは手計算ではできない。そこでコンピュータを使って切頂多面体の場合などに実際に計算したい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 13 件)

- ① 神山靖彦、佃修一、On the homology of configuration spaces of arachnoid mechanisms, Houston Journal of Mathematics, 34 巻、2008 年、483-499、査読有
- ② 神山靖彦、Fred Cohen、Configurations and parallelograms associated to centers of mass, Geometry and Topology Monographs, 11 巻、2007 年、17-32、査読有
- ③ 神山靖彦、Remarks on spaces of real rational functions, Rocky Mountain Journal of Mathematics, 37 巻、2007 年、247-257、査読有

[学会発表] (計 4 件)

- ① 神山靖彦、Configurations associated to centers of mass、COE 国際会議 “International Conference on Topology and its Applications”、2007 年 12 月 5 日、京都大学
- ② 神山靖彦、The symplectic volume of spatial polygon spaces、COE 国際会議 “International Conference on Toric Topology”、2006 年 5 月 30 日、大阪市立大学