

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540120

研究課題名（和文） 散逸系のパターン選択問題に現れるハミルトン構造

研究課題名（英文） Hamiltonian structure in pattern selection problems in dissipative systems

研究代表者

桑村 雅隆 (KUWAMURA MASATAKA)

神戸大学・大学院人間発達環境学研究科・准教授

研究者番号：30270333

研究分野：応用数学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：散逸系、ハミルトン系

1. 研究計画の概要

「勾配・歪勾配系」とよばれる反応拡散方程式は、ハミルトン構造という解析力学の基本的形式を備えている。例えば、散逸系のパターン形成の研究において代表的な方程式として広く知られている FitzHugh-Nagumo 型の反応拡散方程式や Swift-Hohenberg 方程式は勾配・歪勾配系であり、その分岐パターンの研究においては、解析力学の方法論が適用できる。本研究では、勾配・歪勾配構造をもつ反応拡散方程式におけるパターン選択問題に解析力学の方法論を用いて取り組む。また、これに関連する様々な問題にも取り組む。

2. 研究の進捗状況

(1) 周期係数の線形ハミルトン系に関する基本的な問題を調べた。本年度に得た主な研究結果は、周期係数の線形ハミルトン系の非退化 multiplier の挙動を特徴づける Krein の公式とよばれるものを、2重に退化した multiplier の場合に拡張できた。

(2) ロトカ・ボルテラの捕食者-被食者モデルでは、被食者がロジスティック成長して捕食者が Holling II 型の機能的反応を持つ場合、被食者の環境収容力が増加すると個体群ダイナミクスは不安定化することが知られている。すなわち、平衡点の局所安定性は失われ、安定な周期解が発生する。しかも、被食者の環境収容力が増加するにつれて周期解の振幅は増大し、非常に大きく変動するようになる。そのため、たまたま周期解が小さな値をとったとき、わずかな環境変動によって

解の値が0になり絶滅が起きやすくなることが示唆される。この理論的な予測に基づいて、Rosenzweig は湖沼生態系における富栄養化の危険性を警告し、環境条件が良くなると絶滅が起きる可能性があるということから、この現象を「富栄養化の逆説」と呼んだ。この逆説を解消するための数理モデルを提案した。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

勾配・歪勾配構造の概念の導入、エバンス関数と固有値問題の関係、空間周期定常解のエックハウス不安定性についてはほぼ解明できた。また、空間1次元チューリングパターンの波数選択問題についての計算機実験も行うことができた。

4. 今後の研究の推進方策

勾配・歪勾配構造をもつ反応拡散方程式におけるパターン選択問題に限らず、生物学における様々な興味ある現象を数学的に考察していく。

5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

[雑誌論文] (計 4 件)

① M. Kuwamura, T. Nakazawa and T. Ogawa,
A minimum model of prey-predator system with dormancy of predators and the paradox of enrichment,
Journal of Mathematical Biology, vol. 58, pp.459-479 (2009)、査読有

② M. Kuwamura,
Deviation from the predicted wave number in a mode selection problem for the Turing patterns,
Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, vol. 25, pp.281-303 (2008) 、査読有

③ M. Kuwamura,
The Hamiltonian formalism in reaction-diffusion systems,
Advanced Studies in Pure Mathematics, vol. 47, pp.635-646 (2007) 、査読有

④ M. Kuwamura and E. Yanagida,
Krein's formula for indefinite multipliers in linear periodic Hamiltonian systems,
Journal of Differential Equations, vol. 230, pp.446-464 (2006) 、査読有

[学会発表] (計 4 件)

① 桑村雅隆, 千葉逸人
Bursting oscillations and chaos in a prey-predator system with dormancy of predators,
第5回生物数学の理論とその応用
2009年1月13日～16日
京都大学数理解析研究所

② M. Kuwamura, K. Maeda,
T. Adachi-Yamada,
Mathematical modeling and experiments for the proliferation and differentiation of *Drosophila* intestinal stem cells,
The second China-Japan Colloquium of Mathematical Biology,
2008年8月4日～7日
岡山大学

③ 本田卓也, 細田一史, 桑村雅隆, 高橋大輔
時間遅れを考慮した CO₂ 排出規制戦略
新しい生物数学の研究交流プロジェクト
2007年8月27日～31日
京都大学数理解析研究所

④ 仲澤剛史, 桑村雅隆, 霜田めぐみ
A mathematical model of prey-predator system with dormancy of predator,
新しい生物数学の研究交流プロジェクト
2006年12月11日～15日
京都大学数理解析研究所