

平成22年 3月 31日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540120

研究課題名（和文） 散逸系のパターン選択問題に現れるハミルトン構造

研究課題名（英文） Hamiltonian structure in the pattern selection problems of dissipative systems

研究代表者

桑村 雅隆 (KUWAMURA MASATAKA)

神戸大学・人間発達環境学研究科・准教授

研究者番号 30270333

研究成果の概要（和文）：本研究では、勾配・歪勾配構造をもつ反応拡散方程式を調べた。この構造に注目すると、反応拡散方程式の定常解の安定性をハミルトン形式を利用して調べることができる。また、捕食者の休眠が被食者-捕食者系の個体群動態を安定化する効果をもつことを示した。

研究成果の概要（英文）：We studied the gradient/skew-gradient structure that enables us to apply the Hamiltonian formalism for studying the stability of stationary solutions in reaction-diffusion systems in various pattern formation problems. Moreover, we studied the stabilizing effect of dormancy of predators on the population dynamics of prey-predator systems.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	900,000	0	900,000
2007年度	700,000	210,000	910,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,000,000	630,000	3,630,000

研究分野：応用数学

科研費の分科・細目：数物系科学・数学一般

キーワード：散逸系、ハミルトン系

1. 研究開始当初の背景

生物の形態や化学反応系は、エネルギーや物質の消費と流入のバランスによって動的に維持されているシステムと考えられることから、一般に「散逸系」とよばれている。散逸系のパターン形成研究の歴史と現状は、北海道大学の西浦廉政教授の著書「非線形問題1」（岩波書店）で詳述されているが、ハミ

ルトン構造に注目してパターン形成の問題を扱うという視点は全く触れられていなかった。一方、剛体運動と流体運動に現れる多彩な時空間パターンは、ニュートン、オイラー、ラグランジュの時代から多くの人々によって研究されてきた。オイラー、ラグランジュによって創始され、ハミルトン、ヤコビによって完成された解析力学は、剛体や流体

の複雑な運動の解析において大きな役割を果たしている。本研究の背景には、反応拡散方程式系を利用した散逸系のパターン形成の研究においてもハミルトン形式とよばれる解析力学の基本的な概念が役立つのではないかという期待があった。

2. 研究の目的

「勾配・歪勾配系」とよばれる反応拡散方程式は、ハミルトン構造という解析力学の基本的形式を備えている。例えば、散逸系のパターン形成の研究において代表的な方程式として広く知られている FitzHugh-Nagumo 型の反応拡散方程式や Swift-Hohenberg 方程式は勾配・歪勾配系であり、その分岐パターンの研究においては、解析力学の方法論が適用できる。本研究では、勾配・歪勾配構造をもつ反応拡散方程式におけるパターン選択問題に解析力学の方法論を用いて取り組むことを大きな目的とした。また、新しい研究テーマを開拓するために生態学、生物学、化学反応などにおける様々な非線形現象を力学系の理論を用いて解析することも本研究の重要な目的の1つであった。

3. 研究の方法

(1) 研究分担者（連携研究者）との研究打ち合わせ

本研究を遂行するためには、研究分担者（連携研究者）から研究上の様々なアドバイスを受ける必要があった。研究代表者の桑村は、大阪大学の小川知之准教授および九州大学の栄伸一郎教授と反応拡散方程式の解のダイナミクスおよび数値計算法について継続的な研究打ち合わせを行い、貴重なアドバイスを頂くことができた。

(2) ソフトウェアの購入・更新

本研究を遂行するにあたって、様々な数値計算・グラフィックス用のコンピュータソフトウェアを必要に応じて購入した（Maple 13 など）。また、近年のコンピュータソフトウェアは急速に進化しており、購入済みコンピュータソフトウェアのバージョンアップも必要に応じて随時行うことにした。

(3) 研究用図書の購入

研究を遂行する上で必要となる情報を得るために、散逸系におけるパターン形成に関する専門書、解析力学と変分法および分岐理論に関する専門書を購入した。さらに、数値解析、コンピュータシミュレーションに関する専門書も購入した。

(4) 研究情報の収集

研究を進めるために必要な情報を得るために、様々な研究集会に参加し研究上の討論を行った。特に、微分方程式論、力学系の理論、数理生物学を専門とする優れた研究者から研究上の問題点を解決するためのヒントを数多く頂くことができた。また、AUTO とよばれる分岐解析ソフトウェアの使用に関して貴重なアドバイスを頂くことができた。

4. 研究成果

(1) 周期係数の線形ハミルトン系に関する基本的な問題を調べた。周期係数の線形ハミルトン系の非退化 multiplier の挙動を特徴づける Krein の公式とよばれるものを、2重に退化した multiplier の場合に拡張することができた。これは、周期係数の線形ハミルトン系の定義するモノドロミー行列のシンプレクティック性を利用して導かれるものであり、非退化な場合と異なりデリケートな議論が必要である。これは、東北大学の柳田英二教授との共同研究であり、*Journal of Differential Equations*, vol.230, pp.446-464 (2006) において発表された。

(2) 反応拡散方程式における勾配・歪勾配構造の概念の導入、エバンス関数と固有値問題の関係、空間周期定常解のエックハウス不安定性について今までに得られた結果をわかりやすくまとめて整理した。これにより、反応拡散方程式の定常解の安定性を線形化固有値問題を解くことによって解析する際にハミルトン構造がどのように関係しているのかが容易にわかるようになった。この結果は *Advanced Studies in Pure Mathematics*, vol. 47, pp.635-646 (2007) において発表された。

(3) 空間1次元の反応拡散方程式におけるチューリングパターンの波数選択問題についての計算機実験を行った。自明定常解のまわりで方程式を線形化して得られる波数関係式によって予測される波数と実際に選択される波数の間には微妙なずれが生ずる可能性があることを確かめた。その原因は自明定常解が方程式の定義する semi-flow のサドルであることによる。また、ずれが生じないためには、初期値から出発した解が自明定常解の十分近くに引き寄せられることが必要であることを示した。この結果は、*Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, vol. 25, pp.281-303 (2008) において発表された。なお、この論文により、2009年度応用数理学会論文賞(JJIAM 部門)を受賞した。

(4) ロトカ・ボルテラの捕食者-被食者モデルでは、被食者がロジスティック成長して捕食者が Holling II 型の機能的反応を持つ場合、被食者の環境収容力が増加すると個体群ダイナミクスは不安定化することが知られている。すなわち、平衡点の局所安定性は失われ、安定な周期解が発生する。しかも、被食者の環境収容力が増加するにつれて周期解の振幅は増大し、非常に大きく変動するようになる。そのため、たまたま周期解が小さな値をとったとき、わずかな環境変動によって解の値が 0 になり絶滅が起きやすくなることが示唆される。この理論的な予測に基づいて、Rosenzweig は湖沼生態系における富栄養化の危険性を警告し、環境条件が良くなると絶滅が起きる可能性があるということから、この現象を「富栄養化の逆説」と呼んだ。この逆説を解消するための数理モデルを提案した。さらに、このモデル方程式に現れるカオス解を分岐理論と幾何学的特異摂動論を用いて調べた。これらの結果は、大阪大学の小川知之准教授、京都大学の仲澤剛史研究員、九州大学の千葉逸人助教との共同研究によるものであり、Journal of Mathematical Biology, vol. 58, pp.459-479 (2009)、Chaos, vol. 19, 043121,1-10 (2009) において発表された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

① M. Kuwamura, H. Chiba,
Mixed-mode oscillations and chaos in a prey-predator system with dormancy of predators,
Chaos, vol. 19, 043121,1-10 (2009) 査読有

② M. Kuwamura, T. Nakazawa and T. Ogawa,
A minimum model of prey-predator system with dormancy of predators and the paradox of enrichment,
Journal of Mathematical Biology, vol. 58, pp.459-479 (2009) 査読有

③ M. Kuwamura,
Deviation from the predicted wave number in a mode selection problem for the Turing patterns,
Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, vol. 25, pp.281-303 (2008) 査読有

④ M. Kuwamura,
The Hamiltonian formalism in reaction-diffusion systems,
Advanced Studies in Pure Mathematics, vol. 47, pp.635-646 (2007) 査読有

⑤ M. Kuwamura and E. Yanagida,
Krein's formula for indefinite multipliers in linear periodic Hamiltonian systems,
Journal of Differential Equations, vol. 230, pp.446-464 (2006) 査読有

[学会発表] (計 5 件)

① 桑村雅隆,
捕食者の休眠を伴う prey-predator 系について,
日本数学会 2009 年度秋期総合分科会応用数学分科会
2009 年 9 月 25 日
大阪大学

② 桑村雅隆, 千葉逸人
Bursting oscillations and chaos in a prey-predator system with dormancy of predators,
第 5 回生物数学の理論とその応用
2009 年 1 月 13 日~16 日
京都大学数理解析研究所

③ M. Kuwamura, K. Maeda,
T. Adachi-Yamada,
Mathematical modeling and experiments for the proliferation and differentiation of Drosophila intestinal stem cells,
The second China-Japan Colloquium of Mathematical Biology,
2008 年 8 月 4 日~7 日
岡山大学

④ 本田卓也, 細田一史, 桑村雅隆, 高橋大輔
時間遅れを考慮した CO2 排出規制戦略
新しい生物数学の研究交流プロジェクト
2007 年 8 月 27 日~31 日
京都大学数理解析研究所

⑤ 仲澤剛史, 桑村雅隆, 霜田めぐみ
A mathematical model of prey-predator system with dormancy of predator,
新しい生物数学の研究交流プロジェクト
2006 年 12 月 11 日~15 日
京都大学数理解析研究所

[その他]

ホームページ等

<http://wwwmain.h.kobe-u.ac.jp/~kuwamura/kuwaj.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

桑村 雅隆 (KUWAMURA MASATAKA)

神戸大学・人間発達環境学研究科・准教授

研究者番号：30270333

(2) 研究分担者

栄 伸一郎 (EI SHIN-ICHIRO)

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号：30201362

(H20→H21 連携研究者)

小川 知之 (OGAWA TOSHIYUKI)

大阪大学・基礎工学研究科・准教授

研究者番号：80211811

(H20→H21 連携研究者)