

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006 ～ 2009

課題番号：18540130

研究課題名（和文） ランダム解析関数の零点過程の研究

研究課題名（英文） Zero processes of random analytic functions

研究代表者

白井 朋之（SHIRAI TOMOYUKI）

九州大学・大学院数理学研究院・准教授

研究者番号：70302932

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：確率論

1. 研究計画の概要

ランダム行列の固有多項式はランダム解析関数(多項式)の重要な例である. 特にその零点過程はランダム固有値をあらわす. ランダム行列の固有値は古くから多くの研究があるが, 本研究では特にガウス型ランダム行列の固有値をプロトタイプとする行列式点過程の研究とその視点を強調しながらのランダム解析関数の零点過程の研究を目指すものである.

- (1) ランダム行列の固有値の分布に関する研究. 特に中心極限定理と大偏差原理に関する研究.
- (2) 行列式点過程の一般化に関する研究. 特に α 行列式の性質と α 行列式点過程に関する研究.
- (3) ガウス型解析関数の時間発展に関する研究.
- (4) あるガウス型ランダム解析関数の零点過程の研究.

などについて研究することを目標とする.

2. 研究の進捗状況

- (1) 各成分が独立同分布な標準複素ガウス分布に従うランダム行列は重要な例で, その固有値過程は回転不変な行列式点過程となる. この行列式点過程の行列サイズを無限大として得られる極限点過程は指数核をパラメータとする行列式点過程となる. [3]ではこの点過程のある線形汎関数のクラスに対して, その分散の漸近挙動について詳しく調べた.
- (2) 行列式点過程は相関関数が行列式であら

わされるという性質を持つが, 同様に α 行列式を相関関数とする点過程も負の二項分布の多次元化として重要な意味をもつ. [2]]においては特に α 行列式の代数的な性質とともに確率論的な表現の問題を考えて結果を得た.

- (3) この問題の前段階として一般の行列式点過程の時間発展の問題があり, 未だ現在進行形の研究であるが, 最近いくつか関連する研究が出始めている. これらのモデルが持つ共通の性質を抽象することによりある種の非対称積分核が重要な役割を果たすことがわかり, ある程度までは対称積分核による行列式点過程と同様の枠組みで論じることがわかってきた. この結果自体は, まだ論文としては発表していない.
- (4) この点過程は係数が独立なガウス型ランダム解析関数のうち平行移動かつ回転不変な唯一の零点過程であるが, この点過程自身については未だ研究はあまり進んでいないが, [1]では同様の性質をもつ行列式点過程について大偏差の問題などを論じた. この観察を手掛かりにして, 上記の零点過程についての研究をするのは今後の問題である.

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

(理由)

本研究課題の目標は行列式点過程の視点からランダム解析関数の零点過程について研究するというものである. その意味で行列式点過程やそれを一般化した点過程の詳し

い性質の理解が不可欠であるが、進捗状況でも述べたようにランダム行列の固有値過程（ランダム多項式）のうち行列式点過程と密接に関係する例については詳しい理解が得られ、また行列式点過程の一般化である α 行列式点過程に関しても本来代数的な対象である α 行列式の確率論的な立場からの研究が進んだ。

4. 今後の研究の推進方策

これまで得られた研究結果を基礎にして、以下のことについて研究を進めたい。

- (1) 非対称積分核の場合の行列式点過程の研究。現在まで得られた枠組みの見直しと整備。
- (2) 底空間が二次元の場合のジニブル点過程の時間発展をあらゆる相関関数の計算の試み。
- (3) α 行列式点過程のさらなる研究。特にループ空間上のポアソン点過程との関係の研究。
- (4) リーマンゼータ関数の臨界線上におけるランダム化の研究。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

[1] Tomoyuki Shirai, Large deviations for the fermion point process associated with the exponential kernel, *Journal of Statistical Physics* 123 (2006), 615—629. (Refereed)

[2] Tomoyuki Shirai, Remarks on the positivity of alpha-determinants, *Kyushu Journal of Mathematics* 61 (2007), 169—189. (Refereed)

[3] Hirohumi Osada and Tomoyuki Shirai, Variance of the linear statistics of the Ginibre random point field, *RIMS Kokyuroku Bessatsu B6* (2008), 193—200. (Refereed)

[4] Takuya Ohwa and Tomoyuki Shirai, Joint distribution of the cover time and the last visited point of finite Markov chains, *Kyushu Journal of Mathematics* 62 (2008), 281—292. (Refereed)

[学会発表] (計 4 件)

[1] Variance of randomized values of Riemann's zeta function on the critical line,

Workshop “Number theory and probability theory”, Oct. 15 ~ 16, 2007, RIMS-IIAS, Kyoto.

[2] Determinantal processes associated with non-symmetric kernel, “Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems”, Oct. 22~26, 2007, Nishijin Plaza, Fukuoka

[3] Random analytic functions and determinantal point processes, RIMS 共同研究「L関数の値分布に関する数論的な諸関数の研究」、Jul. 1~4, 2008, RIMS, Kyoto.

[4] Randomized values of Riemann's zeta function on the critical line, The 3rd Cheongju Workshop on Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability, Jan. 12~14, 2009, Chungbuk University.