

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究（C）  
 研究期間：2006～2008  
 課題番号：18540133  
 研究課題名（和文）セミマルチンゲールにより生成されるフィルターの拡大と数理ファイナンスへの応用

研究課題名（英文） Enlargement of filtration generated by semimartingales and its applications to mathematical finance

## 研究代表者

山里 眞 (YAMAZATO MAKOTO)  
 国立大学法人 琉球大学・理学部・教授  
 研究者番号 00015900

研究成果の概要：セミマルチンゲールのフィルトレーションの種々の拡大のもとでのセミマルチンゲール分解を求めた。それをもとにレヴィ過程のフィルトレーションの種々の拡大における compensator を、utility の計算がしやすいような具体的な形で求めた。さらにレヴィ過程において満期の株価に関する情報が満期前では不鮮明な場合の、満期における logarithmic utility が有限になるための必要十分条件を与えた。

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,300,000	0	1,300,000
2007 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	600,000	3,900,000

## 研究分野：確率論

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：セミマルチンゲール、フィルターの拡大、コンペンセーター、インサイダー

## 1. 研究開始当初の背景

数理ファイナンスの分野で最近盛んに研究されるようになったテーマのひとつとしてインサイダー取引がある。ブラウン運動でドライブされる金融市場におけるインサイダー取引の研究は多岐にわたっており、数多くの論文が書かれている。加法過程などでドライブされる市場におけるインサイダー取引

についてはあまり深い研究がなかった。しかし実際の金融市場にはブラウン運動よりもジャンプ過程のほうが統計学的によく適合するという論文が数多く出てきており、ジャンプを含むセミマルチンゲールでドライブされる市場の研究は応用上これからますます重要性を増すものと思われる。

## 2. 研究の目的

本研究ではインサイダー取引を filtration の拡大と捉える。加法過程、さらにもっと一般のセミマルチンゲールが、拡大された filtration のもとでセミマルチンゲールになるための条件を与え、その compensator を求める。それを応用してインサイダーの種々の utility を計算する。そして utility がブラウン運動の場合とどのように違うかを調べる。

### 3. 研究の方法

始めに、ブラウン運動を含みかつジャンプのあるセミマルチンゲールでは最も基本的な確率過程である加法過程を適合させる filtration の種々の initial enlargement における compensator を、utility の計算がしやすいように、なるべく具体的に求める。

つぎにそれぞれの enlargement に関して可測なポートフォリオの適切なクラスを設定し、その要素を用いて、utility のうちで一番計算しやすいと思われる、logarithmic utility を計算し、その最大値を求める。それが有限かどうかの判定条件を加法過程の特性量で与える。また、noninsider の optimal utility との差を評価する。

### 4. 研究成果

(1) セミマルチンゲールのフィルトレーションの種々の拡大のもとのセミマルチンゲール分解を求めた。これはセミマルチンゲールが filtration の拡大により再びマルチンゲールになるための条件を与えた Jacod の定理の拡張になっている。

(2) (1) の結果をもとにレヴィ過程のフィルトレーションの種々の拡大における compensator を、utility の計算がしやすいような具体的な形で求めた。

これを用いて、一般のレヴィ過程に対しそ

れぞれの拡大に関して可測なポートフォリオの適切なクラスを設定し、その要素を用いて、logarithmic および power utility を計算し、その最大値を求め、それが有限かどうかの判定条件をレヴィ過程の特性量で与えた。

特に logarithmic utility の場合にはレヴィ測度に対する緩いモーメント条件のもとで utility が有限であるための必要十分条件を求めることができた。

現実の金融市場では何らかのかたちでのインサイダーの存在は認めざるを得ないがどの程度までのインサイダー取引が許容可能かが問題となる。ひとつの考え方として utility が有限となることが許容可能な範囲だとすることができよう。そのように考えると上記の判定条件は重要である。

(3) (2) の結果はブラウン運動の場合（この場合にはインサイダーの情報量の多寡が判定条件となっている）と異なり、ジャンプの存在とその構造が結論（構造によっては情報量の多寡には無関係）に大きな影響を及ぼすことを示している。

その一つの重要な例として、満期までに正（負）のジャンプがあり得るかを確実に予測できるかどうかを与える、ジャンプの構造に関する代数的な条件を一般のレヴィ過程について得ることが出来た。

(4) ノンインサイダーの optimal logarithmic utility は minimal relative entropy と一致することが知られているが、類似の結果がインサイダーの場合にも成り立つことが分かった。この問題は拡大されたフィルトレーションにおけるマルチンゲール表現定理とも関連しており重要で興味ある問題である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

①M. Yamazato, On a  $J_1$ -convergence theorem for stochastic processes on  $D[0, \infty)$  having monotone sample paths and its applications, RIMS kokyuroku 1620, 109-118, 2009, 査読無.

②A. Kohatsu-Higa, M. Yamazato, Enlargement of filtrations with random times for processes with jumps, Stochastic Proc. Appl. 118, 1136-1158. 2008, 査読有

③T. V. Nguyen, S. Ogawa, M. Yamazato, A convolution approach to multivariate Bessel processes, Stochastic processes and applications to mathematical finance, 4, 233-244, 2007, 査読有

④A. Kohatsu-Higa, M. Yamazato, Insider problems for markets driven by Lévy processes, Harmonic, wavelet and p-adic analysis, 2, 363-381, 2007, 査読有.

⑤K. Yamauchi, M. Yamazato, de Finetti's theorem for  $\sigma$ -finite measures on  $R^\infty$ . Ryukyu Math. J. 19, 129-136, 2006, 査読無.

⑥M. Yamazato, Topics related to gamma processes, Stochastic processes and applications to mathematical finance 3, 157-182, 2006, 査読有.

[学会発表] (計 2 件)

①On a  $J_1$ -convergence theorem for stochastic processes on  $D[0, \infty)$  having monotone sample paths and its applications,

The 8-th Workshop on Stochastic Numerics, Kyoto University, June 8, 2008.

② First passage times for storage processes A survey, Workshop on Mathematical Finance and Stochastic Control, Osaka university (Holiday in Kyoto), August 2006

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者

山里 眞 (YAMAZATO MAKOTO)

琉球大学・理学部・教授

研究者番号 00015900

(2) 研究分担者

アルトゥロ コハツヒガ

大阪大学・大学院基礎工学研究科・准教授

研究者番号 80420412

(3) 連携研究者