

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540144

研究課題名（和文） 反応拡散モデルにもとづく侵入と伝播の数理的研究

研究課題名（英文） Mathematical studies for the reaction-diffusion models of the biological invasion and propagation phenomena

研究代表者

細野 雄三 (HOSONO YUZO)

京都産業大学・理学部・教授

研究者番号：50008877

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：応用数学、数理生物学、数理モデル、反応拡散系、進行波解

### 1. 研究計画の概要

(1) 2種競争系の開放空間への侵入を表す進行波解について、まず単調でない進行波の存在を解析的に追及し、その速度のパラメータ依存性を明らかにする。さらに、stacked wave の形成過程も含めた解のダイナミクスを数値シミュレーションも含めて議論する。

(2) 餌食・捕食者系モデルに現れる侵入問題、および、疫学モデルにおける感染症の伝播問題について、進行波解の存在とその速度について線形予測が成り立つかどうかにより焦点を当て特異摂動法をはじめとする手法により解析する。続いて、Lotka-Volterra 餌食・捕食者系と空間的・時間的なカオス的挙動を可能とする他の餌食・捕食者の解構造に相違を数値的、解析的に研究する。

(3) Lotka-Volterra 3種競争系モデルおよび病原菌-感染宿主-未感染宿主の3成分反応拡散モデルを初めとする3成分反応拡散モデルの進行波解を含む解の構造を数値的手法により考察する。

(4) 上記の反応拡散モデルにたいする考察を、空間的拡散と種間相互作用の積分方程式モデルや離散モデルなど、広い意味での反応拡散モデルに対して拡張することに取り組む。

### 2. 研究の進捗状況

(1) 感染症伝播を記述する2成分反応拡散モデルにおいて、感染者が免疫を獲得しない場合を解析的に考察した。非線形感染率がMichaelis-Menten型、高次多項式型の場合を含めて、その関数形がどのように伝播速度に影響を与えるか、感染者と未感染者の拡散係

数が等しいとき、未感染者が拡散しない2つの特別な場合に進行波解の相平面解析により伝播速度の評価を得た。

(2) 上記で考察した伝染病の空間的な伝播を記述する反応拡散モデルについて、積分方程式モデルとの関係を議論し、伝染病の空間伝播モデルの中での位置づけを検討し、広い意味での反応拡散モデルの研究の準備を行った。とくに、伝播速度の評価を得るために広く用いられる線形予測について考察し、進行波解の解析を通して感染症の伝播速度が、系に表れるパラメータにどのように依存するかを議論した。

(3) 感染症伝播を記述する拡散を伴うKermack-McKendrickタイプのSIRモデルにおいて、空間2次元の場合に発展方程式によるシミュレーションを行い、未感染者が空間的に非一様に存在する初期状態に感染者が侵入したとき、感染症の伝播の様相は初期条件に大きく依存し、感染症伝播の波が複数現れるという興味ある数値実験結果を得た。

(4) ロトカー-ボルテラ型餌食・捕食者系モデルに対して、李聖林、村田宙俊との共同研究を進展させた。①餌食が存在しているところ捕食者が侵入した場合に形成される進行波解の数値計算において、捕食者の種内競争がない場合には、餌食の拡散係数を固定し捕食者の拡散係数を0に近づけたとき解の最大値ノルムが大きくなり有界でなくなることを示唆する新しい結果を得た。②開放空間への捕食者と餌食の同時侵入進行波解については、餌食の拡散係数が小さいとき特異摂動法により、解の存在とその速度について厳密に議論できることを示した。

### 3. 現在までの達成度

進捗状況で述べたように、研究計画(2)(4)については新しい発見も含めて順調に進んでいると言える。しかしながら、(1)(3)の課題に対しては、研究が進展していないので、研究計画全体としてはやや遅れているといわざるを得ない。その理由として、まず(1)に関して当初予定していた研究協力者が亡くなったこと、また、研究の進展過程で、新たに興味ある問題が現れ、その考察にエネルギーをとられたことが挙げられる。

### 4. 今後の研究の推進方策

本研究の目的は、数理モデルの一つの枠組みである反応拡散モデルにもとづいて、数理生物学における重要な問題の一つである侵入と伝播の問題を解析的、数値的に考察することである。本年度が本研究の最終年度であることを考慮し、2種系モデル(餌食と捕食者系、競争系、感染症モデル)の侵入および伝播の様相の解明にエネルギーを集中し、未解決の課題を整理し、その解決を目指す。とりわけ、それぞれの種の拡散効果と相互作用の非線形構造が伝播過程をどのように規定しているのか明らかにすることを目標とする。その中で新たな研究の課題を明確にし、3種系モデルの研究を含めた今後の発展的な課題の来年度以降の研究の展望を構築する。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

(1) Y. Hosono, Phase plane analysis of travelling waves for higher order autocatalytic reaction-diffusion systems, *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B*, Vol. 8, No. 1, July (2007), 115-125 (査読有) .

(2) 細野雄三, 感染症の伝播を記述する決定論的モデルによる空間的な伝播速度の評価, *京都産業大学論集, 自然科学系列*, 第 36 号, (2007 年 3 月), 1-19 (査読有) .

(3) Y. Hosono, The propagation speeds of traveling fronts for higher order autocatalytic reaction-diffusion systems, *Japan J. Indust. Appl. Math.*, Vol. 24, No. 1 (2007), 79-104 (査読有) .

[学会発表] (計 3 件)

(1) 細野雄三, 李聖林, 村田宙俊, 侵入過程に現れる進行波解について, 研究集会「第 5 回生物数学の理論とその応用」(日本数理生物学会後援), 2009 年 1 月 14 日, 京都大学数理解析研究所.

(2) 細野雄三, 侵入問題と進行波解, 第 18

回日本数理生物学会大会、2008 年 9 月 18 日、同志社大学.

[図書] (計 1 件)

(1) 稲葉寿編著, 培風館, 感染症の数理モデル (第 5 章「感染症の空間的な伝播を記述する数理モデル」, 161-189), 2008 年.