

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540154

研究課題名（和文） 特殊領域の研究とその複素幾何学への応用

研究課題名（英文） Study of special domains and its application to complex geometry

研究代表者

清水 悟 (SHIMIZU SATORU)

東北大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：90178971

研究分野：多変数複素解析学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数論、特殊領域、ラインハルト領域、チューブ領域、複素幾何学、トーラス作用、リー群、正則ベクトル場

1. 研究計画の概要

(1) リーマンの写像定理を正則自己同型群に着目して高次元化することを試みる。また、それに関連したラインハルト領域の理論の研究を行う。

(2) 対称領域の特徴付けの研究を行い、それに関連してチューブ領域に関する正則同値問題の解決を試みる。

2. 研究の進捗状況

(1) n 次元複素ユークリッド空間の正則自己同型群 G の研究を行った。そして複素多様体上へのある種のコンパクト群作用の標準化に関する結果の応用として、 G 内のコンパクトな連結リー群 K の階数は必ず n 以下であり、 K の階数が n のとき、 K はユニタリ群の直積と共役になることを示した。さらに G 内の非コンパクトな連結リー群で、 n 次元単位球の正則自己同型群と同型であるものは存在しないことも示した。

(2) 球の直積のその正則自己同型群による特徴付けに関する研究を行い、新たな結果を得ると同時に既知の結果を発展させた。具体的には、 M を n 次元スタイン多様体、 B を球の直積空間で n 次元であるものとするとき、 M の正則自己同型群が、 B の正則自己同型群と同型な位相部分群を含むならば、 M 自身が B と双正則同値になるかという問題に対して、 B が多重円板の場合、あるいは B の各直積因子の次元が 2 以上である場合に肯定的な解答を与えた。

(3) 球と複素数空間からすべての座標超平面を引き抜いて得られる空間との直積空間

に対して、その正則自己同型群による特徴付けに関する研究を行い、新たな結果を得た。具体的には、 B を k 次元複素数空間内の単位球、 Y を m 次元複素数空間からすべての座標超平面を引き抜いて得られる空間とし、 X を B と Y の直積空間とするとき、 $k + m$ 次元スタイン多様体 M の正則自己同型群が、 X の正則自己同型群と同型ならば、 M 自身が X と双正則同値になるかという問題に対して、肯定的な解答を与えた。また多重円板のその正則自己同型群による特徴付けの研究に関連して、ある条件下で対称領域を特徴付ける問題を考察した。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由)

主要な問題について、その本質的な部分の解決は達成されつつある。また、当初予想していなかった問題を発見し、これからの一つの方向性も得た。

4. 今後の研究の推進方策

(1) これまでに引き続き、リーマンの写像定理の高次元化とラインハルト領域の研究として、球の直積をその正則自己同型群により特徴付けるという問題の完全解決を試みる。この研究活動においては、研究分担者の兎玉教授との密接な研究連絡を行う。また、このような立場からの未解決問題は数多くあると予想されるので、研究連絡、研究集会などを通じて、それらを集めて問題集を作成することを試み、これからの研究の方向性を探る。

(2) (1)の研究の一環として、非有界ラインハルト領域に関する正則同値問題の研究については、数学的妥当性および技術的な観点から、対象を擬凸な非有界ラインハルト領域でその対数像が直線を含むようなものに絞る。そのような領域 D が座標超平面を含まない場合には、研究代表者により正則同値問題へ肯定的解答が与えられているので、その結果を基にして D が原点を含む場合に正則同値問題へ解答を与えることを試みる。また関連した問題である、等質な非有界ラインハルト領域を分類、決定するという問題の解決も試みたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

- ① 清水悟、児玉秋雄、Standardization of certain compact group actions and the automorphism group of the complex Euclidean space, Complex Variables and Elliptic Equations, 53 巻、2008 年、215 頁-220 頁、査読有
- ② 清水悟、児玉秋雄、Byun, Jisoo, A group-theoretic characterization of the direct product of a ball and a Euclidean space, Forum Math., 18 巻、2006 年、983 頁-1009 頁、査読有
- ③ 清水悟、児玉秋雄、A group-theoretic characterization of the space obtained by omitting the coordinate hyperplanes from the complex Euclidean space, II, J. Math. Soc. Japan, 58 巻、2006 年、643 頁-663 頁、査読有

[学会発表] (計4件)

- ① 清水悟、An intrinsic characterization of the unit polydisc、日本数学会秋季総合分科会、2007 年 9 月 24 日、東北大学
- ② 清水悟、複素ユークリッド空間の自己同型群の部分群として与えられるリー群に関する 2, 3 の注意、日本数学会秋季総合分科会、2006 年 9 月 19 日、大阪市立大学

[図書] (計1件)

- ① 浦川肇、朝倉書店、微積分の基礎、2006 年、230 頁