

平成21年 5 月 29 日現在

研究種目：基盤研究(C)
 研究期間：2006～2008
 課題番号：18540186
 研究課題名(和文) 再生核の級数表示式に現れる無限和の計算から導かれる公式とその応用
 研究課題名(英文) Some formulas induced by calculations of reproducing kernels and its applications
 研究代表者 藤田景子 (FUJITA KEIKO)
 佐賀大学・文化教育学部・准教授
 研究者番号：40274568

研究成果の概要：

ノルムを用いて定義された幾つかの球状の領域に対して、二重級数展開式で表示されたセゲー核の無限和の幾つかが2次元の場合には計算でき、具体的な式で与えることができた。また、上記の球状領域上の調和関数に対してはコーシー核を用いた積分公式を考察し、コーシー核を利用して調和関数の解析接続に関する定理を証明した。その後、考察していた領域の境界がリー球の部分空間の和集合として表示できることが分かり、積分を重積分の形で表示することで、境界上での積分による別の積分表示を考えた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成18年度	1,700,000	0	1,700,000
平成19年度	900,000	270,000	1,170,000
平成20年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	510,000	3,910,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：再生核、積分公式、正則関数、調和関数

1. 研究開始当初の背景

これまで、複素ユークリッド球、リー球、双対リー球を含む一連の凸領域に関するベルグマン核をはじめとした再生核について考察し、それらを同次調和多項式を用いた二重級数展開式で表示していた。複素ユークリッド球、リー球、双対リー球の場合はその無限和は有限和として求まることが分かっていた。特に2次元の場合には二重級数展開式の係数は計算できガンマ関数を用いた式で表示できる。さらに、上記の領域の中で L^4 ノルムで測った球と同値な領域に対するベル

グマン核も有限和として表示できるということも分かっていた。

2. 研究の目的

複素ユークリッド空間において、複素ユークリッドノルムやリーノルムと関連するノルムで定義した幾つかの球上で自乗積分可能な正則関数からなる空間の再生核、とりわけ、ベルグマン核に関連する研究に携わってきた。再生核の研究は、その応用範囲が広いことから重要な研究対象分野である。ベルグマンによってもたらされた核関数は多変数解

解析数論の研究に様々な研究成果をもたらした。しかし、具体的な形でベルグマン核が構成できる例はごく僅かである。既知の具体例としては複素ユークリッド球、超球やリー球などが代表的な例として挙げられる。本研究で考察している領域に対してもベルグマン核の具体的な表示を与えることは、リー球や複素ユークリッド球の場合を除き一般にはできていない。しかし、ベルグマン核を同次調和多項式を用いた二重級数展開式による無限級数和で表示することはできている。このとき二重級数展開表示に表れる係数は、一般の次元では積分形による表示で与えただけでその積分の計算は2次元の場合にしかできていない。双対リー球の場合には、他の研究者によって、ベルグマン核が別のアプローチで求められていた。アプローチの仕方が本質的に異なっても両者の結果は一致するので、両者の結果を比較すれば、二重級数展開表示において積分表示で与えた係数の積分の値が分かり、無限級数の和に関する公式も分かりやすい形で表示できる。上記の二重級数展開に現れる同次調和多項式は一次元の球面調和多項式(超球多項式)とも関係するので、**超幾何級数の和の公式にも関係する**。さらに、上述の関数空間の部分空間として複素調和関数などある種の微分方程式を満たす関数空間を考え、それらの空間に対する再生核や、より一般の領域に対する再生核なども具体的な有理形関数として表示できれば、分母に現れる関数を考察することで関数の**解析接続の可能性を調べる**ことができる。

(1) 双対リー球に対するベルグマン核の二重級数展開表示とその和が示す有理形関数の比較から積分の値を計算し無限級数の和の公式を明白に表示する。

さらに、申請者が対象としていた領域は、その定義によりベルグマン核が具体的に求まっている複素ユークリッド球、リー球や双対リー球と密接な関係があることを鑑み、

(2) 既知の結果を類推して、申請者が研究の対象としてきた他の領域上でも、二重級数展開で与えたベルグマン核の具体形が、補間公式などを利用して求まらないかを考える。

(3) 本研究で考察している球に対して、まず2次元の場合にベルグマン核と密接に関係するセゲー核について具体的な表示を考える。その後、一般の次元のセゲー核についても考察する。

以上のような問題をはじめとした、ベルグマン核の具体化、再生核を用いた積分変換、逆変換公式などと関連のある問題を解決することを主たる目的としていた。

3. 研究の方法

本研究を遂行するには他の研究者達との議論や情報交換を行うことが最も重要であるため、本研究内容と関連する研究集会へ参加して研究者と交流することや、研究者の招聘等を通して最新の研究情報を入手することが研究推進のためには必要不可欠である。そのため、様々な研究集会、国際会議に参加して、情報交換をおこなった。以下に挙げる国際会議の際には研究発表も行った。

(1) 2006年度：6月にポーランドで開催された多変数関数論のサマースクールに、8月にベトナムで開催された第14回 ICFIDCA (International conference on finite or infinite dimensional complex analysis and applications) に、9月にはルーマニアで開催された複素関数論とその応用に関する国際会議に参加し研究発表も行った。

(2) 2007年度：トルコで開催された第6回 ISAAC 国際会議 (International Society for Analysis, its Applications and Computation) に参加して研究発表を行った。

(3) 2008年度：7月に韓国で開催された第16回 ICFIDCA に、11月にマレーシアで行われた幾何関数とその応用に関する国際会議(International Symposium on Geometric Function Theory and its Applications(GFTA2008))に参加して講演を行った。

4. 研究成果

(1) 2006年度：
リーノルムと関連する一連のノルムを用いて球状の領域上の正則関数からなる空間および、複素調和関数からなる空間に対するベルグマン核に関しては、既に複素同次調和多項式を用いた二重級数展開式で表示することができていた。ベルグマン核と密接な関係があるセゲー核に対しても同様の考察を行うことで、これらの空間上のセゲー核も複素同次調和多項式を用いた二重級数展開式で表示できることを確認した。さらに、ベルグマン核の場合と同様、二次元の場合には、上記の幾つかの領域に対して、二重級数展開式で表示されたセゲー核の無限和が計算でき、セゲー核を具体的な式で与えることができた。これに関する研究結果を、6月にポーランドで開催された多変数関数論のサマースクールで "Reproducing kernels for holomorphic functions on some balls related to the Lie ball" の題で講演し、その内容は、Ann. Polo. Math から出版された雑誌に掲載された。この論文では、リー球を一般

化した球状領域で調和な関数に対するベルグマン核を級数展開し、その展開項の増大度の評価式を利用することで調和関数の解析接続に関する定理を証明した。同様の講演を、8月にはベトナムで開催された"第14回ICFIDCA"で、9月にはルーマニアで開催された"複素関数論とその応用"に関する国際会議でも講演した。

(2) 2007年度:

その後、以前我々が研究して得られたリー球上の調和関数や複素光錐上の正則関数に対するコーシー核を用いた積分公式が、リー球を一般化した上記の球状領域上の調和関数に対しても有効であることが示せ、その再生核であるコーシー核を利用することで上述の論文で発表した定理と同等の定理が証明できることに気づき、8月にトルコのアンカラで開催された第6回ISAAC国際会議で研究発表を行い、その内容を論文"Reproducing kernels for harmonic functions on some balls"にまとめ論文集に掲載された。また、8月にベトナムで開催された第14回ICFIDCAで講演した内容も論文"Bergman kernels and Szego kernels for some balls related to the Lie ball"として、論文集"Function Spaces in Complex and Clifford Analysis"に掲載された。

(3) 2008年度:

リー球と関連する球状の領域上の正則関数や複素調和関数空間に対するセゲー核を二重級数展開式で表示することはできていたが、展開係数は積分で表示された状態で具体的な和は求まっていない。考察していた領域の境界がリー球の部分空間の和集合として表示できることが分かり、積分公式を重積分の形で表示することで、境界上での積分による別の積分表示を考えた。その積分核もセゲー核と同様に二重級数展開で表示され係数も積分与えられるが係数を与える積分はこれまでのものより簡単になった。一般の次元で係数を計算することはできなかったが二次元の場合には計算でき新しく重積分で考えた表示式の積分核がこれまでのセゲー核と一致した。一般の次元ではまだ確認できていない。この結果と関連する内容の研究発表を、7月に韓国で開催された第16回ICFIFCAAで、"Integral representations for holomorphic functions on some balls"の題で行った。その後、11月にマレーシアで開催されGFTA2008では、"Integral representations on some balls related to the Lie ball"の題で研究発表を行った。研究発表の内容は共に会議の議事録に掲載されている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7件)

① K.Fujita, Integral representations for holomorphic functions on some balls, Proceedings of the 16th International conference on finite or infinite dimensional complex analysis and applications, 93-98, 2009. 査読無

② K.Fujita, Reproducing Kernels for Harmonic Functions on Some Balls, FURTHER PROGRESS IN ANALYSIS, Proceedings of the 6th International ISAAC Congress, 567-574, 2008. 査読有

③ K.Fujita, Integral representations on some balls related to the Lie ball, Proceedings of international symposium on new development of geometric function theory and its applications, School of mathematical sciences faculty of science & technology university Kebangsaan Malaysia, 2008, 110-117. 査読無

④ K.Fujita, Topics on the Bergman kernel for some balls, Proceedings of the 5th International ISAAC Congress, World Scientific publishers, 125-135, 2008. 査読有

⑤ K.Fujita, Bergman kernels and Szego kernels for some balls related to the Lie ball, Function Spaces in Complex and Clifford Analysis, National University Publishers Hanoi, 2008, 79-89. 査読有

⑥ K.Fujita, Topics on the Bergman kernel for some balls, Proceedings of the 5th International ISAAC Congress, World Scientific publishers, 125-135, 2008. 査読有

⑦ K.Fujita, Reproducing kernels for holomorphic functions on some balls related to the Lie ball, Ann. Polo. Math., 91.2-3(2007), 219-234. 査読有

[学会発表] (計 6件)

① K.Fujita, Integral representations on some balls related to the Lie ball, International symposium on new development of geometric function theory and its applications, Social Security Training Institute (ESSET), Selangor Malaysia, 2008.11.11

② K.Fujita, Integral representations for holomorphic functions on some balls, The 16th International conference on finite or infinite dimensional complex analysis and applications, Dongguk University, Gyeongju, Korea, 2008.7.28

- ③ K.Fujita, Reproducing kernels for harmonic functions on some balls, 6th ISAAC Congress, Middle east technical university, Ankara Turkey, 2007. 8. 15.
- ④ K.Fujita, Holomorphic functions on some balls related to the Lie ball, The International Symposium on Complex Function Theory and Applications, Transilvania University, Brasov, Romania, 2006. 9. 5.
- ⑤ K.Fujita, Bergman kernels and Szego kernels for some balls related to the Lie ball, The 14th International conference on finite or infinite dimensional complex analysis and applications, Hue University, Vietnam, 2006. 8. 1.
- ⑥ K.Fujita, Reproducing kernels for holomorphic functions on some balls related to the Lie ball, International Summer School in Several Complex Variables, Szczyrk, Poland, 2006. 6. 20.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤田景子 (FUJITA, KEIKO)

佐賀大学・文化教育学部・准教授

研究者番号: 40274568

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし