

平成 22 年 6 月 28 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540196

研究課題名 (和文) ディラック作用素のスペクトルの研究

研究課題名 (英文) A study on the spectrum of Dirac operators

研究代表者

山田 修宣 (YAMADA, OSANOBU)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：70066744

研究成果の概要 (和文)：

ディラック作用素のスペクトル理論について研究した。

シュレーディンガー作用素は非相対論的量子力学に現れるのに対して、ディラック作用素は相対論的量子力学で取り扱われてきた作用素(演算子：operator)である。両者を偏微分作用素のスペクトル理論で考える場合、いくつかの点で差異があり、その解明に興味を持っている。

この研究においては、特に

- (1) ポテンシャルが遠方で発散する場合に、光速を無限大に近づけた時のディラック作用素のスペクトルとシュレーディンガー作用素のスペクトルの関係 (論文)
- (2) ブラック・ホール理論に現れる Kerr-Newman 計量でのディラック作用素のスペクトルの研究 (論文 ,)

という課題に絞って研究した。

研究成果の概要 (英文)：

We investigated spectral theory of Dirac operators.

Dirac operators appears in the relativistic quantum mechanics, while Schroedinger operators are studied in non-relativistic quantum mechanics. In the spectral theory of partial differential operators there are some differences between Dirac operators and Schroedinger operators, which are interesting points of our research. In the present research we have studied especially

- (1) a connection between the spectrum of Dirac operators and the one of Schroedinger operators as the light speed c tends to infinity (article),
- (2) the spectrum of Dirac operators in the Kerr-Newman metric, which appears in the black hole theory(articles ,).

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	800,000円	240,000円	1,040,000円
2007年度	800,000円	240,000円	1,040,000円
2008年度	800,000円	240,000円	1,040,000円
2009年度	800,000円	240,000円	1,040,000円
年度			
総計	3,200,000円	960,000円	4,160,000円

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：ディラック方程式、スペクトル理論、固有値問題、相対論的量子力学。

1. 研究開始当初の背景

スペクトル・散乱理論のディラック作用素の研究は、従来ユークリッド空間上でポテンシャルが遠方で減衰する場合のスペクトルの研究が主流であったが、近年空間を一般の曲がった空間に置き換えたり、ポテンシャルが遠方で発散する場合も研究されるようになってきた。また、固有値の研究からレゾナンスの研究にも多くの興味が集まってきている。

(1) の問題については、すでに伊藤宏氏との共同研究

Ito, H.T. and Yamada, O., A note on the non-relativistic of Dirac operators and spectral concentration, Proc. Japan Acad., **81** (2005), 157--161.

があり、この結果をレゾナンスの観点から研究することになった。

2. 研究の目的

主として、次の2つのテーマ

(1) ポテンシャルが遠方で発散する場合のディラック作用素のレゾナンスの研究。さらに、光速を無限大に近づけた場合（非相対論的極限）ディラック作用素のレゾナンスとシュレーディンガー作用素のスペクトルとの関係。

(2) ブラック・ホール理論に現れる Kerr-Newman 計量でのディラック作用素のスペクトルの研究、時間に依存した方程式の解の局所エネルギー減衰。

の研究を目的とした。

3. 研究の方法

研究分担者の立命館大学助教・渡部拓也氏との日常的な研究交流。研究分担者、連携研究者との情報交換。特に、愛媛大学教授・伊藤宏との研究連絡。コロムビア・ボゴタの Los Andes 大学教授 M. Winklmeier 氏との研究連絡。また、国内、国外での関連する研究集会に出席し、多くの研究者との交流を通じて、最近の研究動向を得た。

4. 研究成果

「研究成果の概要」の(1)に関しては、次の論文を提出した。

H. Ito and O. Yamada,

On the nonrelativistic limit of Dirac

operators with potentials diverging at infinity, RIMS Kokyuroku Bessatsu, **B16**, 2010, 75-89.

これについては、さらに完全な証明および拡張した結果を含むプレプリントを作成し、現在投稿中である。

(2) については、次の2つの論文が出版された。

M. Winklmeier, O. Yamada and Spectral analysis of radial Dirac operators in the Kerr-Newman metric and its applications to time-periodic solutions, J. Math. Phys., **47**, 2006, 102503(1-17).

M. Winklmeier and O. Yamada, A spectral approach to the Dirac equation in the Kerr-Newman metric, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, **12**, 2009, 295204 (1-15).

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計18件)

H. Ito and O. Yamada,

On the nonrelativistic limit of Dirac operators with potentials diverging at infinity, RIMS Kokyuroku Bessatsu, 査読有、**B16**, 2010, 75-89.

J. Urabe and T. Watanabe,

A singular Cauchy problem for the Euler-Poisson-Darboux equation, J. Math. Pure Appl. 査読有、**93**, 2010, 223-239.

M. Winklmeier and O. Yamada,

A spectral approach to the Dirac equation in the Kerr-Newman metric, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 査読有、**12**, 2009, 295204 (1-15).

J.A. Jeong, H. Osaka, N.C. Phillips and T. Teruya, Cancellation for inclusions of C^* -algebras of finite depth, Indiana Univ. Math. J., 査読有、**58**, 2009, 1537-1564.

H. Osaka, K. Kodaka, T. Teruya,
The Rohlin property for inclusions of C^* -algebras with a finite Watatani index, Contemporary Math., 査読有、**503**, 2009, 177-195.

H. Osaka and J. Tomiyama,
Double pilling structure of matrix monotone functions and of matrix convex functions, Linear Algebra and its Applications, 査読有、**431**, 2009, 1825-1832.

Y. Kametaka, H. Yamagishi, H. Watanabe, A. Nagai, K. Takemura and M. Arai,
The best constant of Sobolev inequality which corresponds to Schrodinger operator with Dirac delta potential, Sci. Math. Jpn, 査読有、**69**, 2009, 211-225.

T. Watanabe,
Adiabatic transition probability for small eigenvalue gap at two points, RIMS Kokyuroku Bessatsu, 査読有、**B5**, 2008, 75-88.

伊藤宏・山田修宣,
A note on the nonrelativistic limit of Dirac operators and spectral concentration, 京都大学数理解析研究所講究録、査読無、**1563**, 2007, 162-171.

H. Osaka, S. Silvestrov and J. Tomiyama,
Monotone operator functions, gaps and power moment problem, Mathematica Scandinavica, 査読有、**100**, 2007, 161-183.

H. Osaka and T. Teruya,
Stable rank of depth two inclusion of C^* -algebras, C. R. Math. Acad. Sci. Soc. R. Canada, 査読有、**29**, 2007, 28-32.

O. Yamada and M. Winklmeier,
Spectral analysis of radial Dirac operators in the Kerr-Newman metric and its applications to time-periodic solutions, J. Math. Phys., 査読有、**47**, 2006, 102503(1-17).

H. Osaka and N.C. Phillips,
Furstenberg transformations on irrational rotation algebras, Ergodic Theory Dynamic Systems, 査読有、**26**, 2006, 1623-1651.

H. Osaka and N.C. Phillips,
Stable and real rank for crossed products

by automorphisms with the tracial Rokhlin property, Ergodic Theory Dynamic Systems, 査読有、**26**, 2006, 1679-1621.

H. Osaka and T. Teruya,
Topological stable rank of inclusions of unital C^* -algebras, Internet J. Math., 査読有、**17**, 2006, 19-34.

大鍛治隆司,
ディラック作用素のスペクトルについての一注意、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、**1479**, 2006, 119-129.

M. Arai and H. Shin ya, H.,
On solutions of Wilson's functional equation on \mathbb{R}^2 , Mem. Inst. Sci. Engrg. Ritsumeikan Univ., 査読有、**65**, 2006, 41-49.

H.T. Ito and H. Tamura,
Semiclassical analysis for magnetic scattering by two solenoidal fields, J. London Math. Soc., 査読有、**74**, 2006, 695-716.

[学会発表](計8件)
H. Kalf, T. Okaji and O. Yamada,
A note on the essential selfadjointness of Dirac operators with an anomalous magnetic moment, 第16回超局所解析と古典解析研究集会、11月20日、兵庫県竹野.

山田修宣,
Dirac operators with dilation analytic potentials diverging at infinity (with H.T. Ito), XVI International Congress on Mathematical Physics, 2009年8月4日、チェコ・プラハ.

伊藤宏・山田修宣,
On the nonrelativistic limit of Dirac operators with potentials diverging at infinity, スペクトル・散乱理論とその周辺、2008年12月5日、京都大学数理解析研究所.

伊藤宏・山田修宣,
Dirac作用素の非相対論的極限について、日本数学会秋季総合分科会、2008年9月26日、東京工業大学.

M. Winklmeier・山田修宣,
Spectral analysis of Dirac equations in the Kerr-Newman metric and its applications, 日本数学会年会、2008年3月25日、近畿大学.

伊藤宏・山田修宣,
A note on the nonrelativistic limit of

Dirac operators and spectral concentration, スペクトル・散乱理論とその周辺、2007年2月7日、京都大学数理解析研究所。

O. Yamada, The nonrelativistic limit of Dirac operators and spectral concentration (with H.T. Ito), Operator Theory in Quantum Physics, 2006年9月11日、チェコ・プラハ。

大鍛治隆司・山田修宣、
ディラック作用素のスペクトルについて、
、第45回実函数論・函数解析学合同シン
ポジウム、2006年8月9日、東海大学。

〔図書〕(計1件)

荒井正治、学術図書出版、理工系 微分積分学、2006、251p.

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山田 修宣 (YAMADA OSANOBU)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：70066744

(2) 研究分担者

渡部 拓也 (WATANABE TAKUYA)

立命館大学・理工学部・助教

研究者番号：80458009

(3) 連携研究者

荒井 正治 (ARAI MASAHARU)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：20066715

伊藤 宏 (ITO HIROSHI)

愛媛大学・理工学研究科・教授

研究者番号：90243005

大鍛治 隆司 (OKAJI TAKASHI)

京都大学・理学研究科・准教授

研究者番号：20160426

大坂 博幸 (OSAKA HIROYUKI)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：00244286