

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540202

研究課題名 (和文) 相転移力学の保存則の表わす非線形多重双曲型偏微分方程式系の解の構造と特異摂動極限

研究課題名 (英文) Structures and singular perturbations limits of solutions to the systems of non-strictly hyperbolic nonlinear partial differential equations for the conservation laws in the phase transition dynamics

研究代表者

山崎 満 (YAMAZAKI MITSURU)

国際基督教大学・教養学部・教授

研究者番号：30240732

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：超局所解析, 流体力学, 双曲型保存則, 特殊相対論, オイラー方程式, ボルツマン方程式, 多重双曲型, エントロピー.

### 1. 研究計画の概要

この研究の主目的は、相対論的オイラー方程式、ボルツマン方程式およびその拡張された速度離散モデル、1点で強双曲性が退化している非線形双曲型保存則系、単独保存則系の特異摂動極限を調べることにあるが、最終目的は、より広範囲の流体力学の方程式および非線形双曲型保存則系の解の構造を解明することにある。

### 2. 研究の進捗状況

(1) 特殊相対論効果を加味した圧縮性等温流体のダイナミクスを記述する相対論的オイラー方程式について、P.G. LeFloch氏 (director of research at CNRS & Jacques-Louis Lions Laboratory, Pierre & Marie-Curie University (Paris VI), France) と共同研究している。この方程式系の真空を含む解の存在を証明した。これは星の誕生の解明への第一歩であり、今後の注目を集める結果となると思われる。また、この結果をもとにして、同枠組みでの非相対論的極限に関する結果を得た。これらの結果を論文3編 (内1編は掲載済み、2編は投稿中) に纏めることができた。

(2) ボルツマン方程式およびその速度離散モデルについて、S. Y. Ha氏 (ソウル国立大学・准教授)、S. B. Yun氏 (同大学

・院生) と共同研究している。方程式および上記モデルの解の安定性について一般的な枠組みでの結果を得て、論文3編 (内3編は掲載済み) に纏めることができた。

(3) 1点で強双曲性が退化している非線形双曲型保存則系について浅倉史興氏 (大阪電気通信大学・教授) と共同研究している。この方程式は石油貯蔵流などに応用があり、重要な意味を持つが、数値計算なしには解の存在・安定性についての結果が知られていない。そこで、モース理論を拡張することにより、衝撃波解の存在と安定性に関する結果を得て、論文5編 (内4編は掲載済み、1編は受諾済み) に纏めることができた。

(4) 単独保存則の解の存在を証明する手法の一つである粘性消滅法を高階の場合に一般化することについて、藤野直樹氏 (東京大学・大学院数理物質科学研究科・21世紀COE拠点形成特任研究員および筑波大学・大学院数理物質科学研究科・特別研究員) と共同研究している。得られた結果を論文5編 (内5編は掲載済み) に纏めることができた。

### 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

理由：学術雑誌に14編の論文を発表するこ

とができた。この論文数は当該分野においては非常に多いといえることができる。

#### 4. 今後の研究の推進方策

研究成果が計画以上に達成できているので、これまでの研究方針を維持し、これまで通り国内外の研究者との研究交流を絶やすことなく最終的な目標である「より広範囲の流体力学の方程式および非線形双曲型保存則系の解の構造を解明」に向けて、本研究を邁進させる。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 14 件)

- 1) Seung-Yeal Ha, Mitsuru Yamazaki, “Lp-stability estimates for the spatially inhomogeneous discrete velocity Boltzmann model”, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series B (雑誌の Impact Factor 0.972), 11 (2009), pp. 353-364. 査読有り
- 2) Seung-Yeal Ha, Mitsuru Yamazaki, “Uniform Lp-stability theory for the spatially inhomogeneous Boltzmann equation near vacuum”, Journal of Hyperbolic Differential Equations (雑誌の Impact Factor 0.500), 5 (2008), pp. 713-739. 査読有り
- 3) Naoki Fujino, Mitsuru Yamazaki, “Burgers’ type equation with vanishing higher order”, Commun. Pur. Appl. Anal. (雑誌の Impact Factor 0.857), 6 (2007), pp. 505-520. 査読有り
- 4) Philippe G. LeFloch, Mitsuru Yamazaki, “Entropy solutions of the Euler equations for isothermal relativistic fluids”, International Journal of Dynamical Systems and Differential Equations, 1 (2007), pp. 20-37. 査読有り
- 5) Naoki Fujino, Mitsuru Yamazaki, “Hyperbolic conservation laws with nonlinear diffusion and nonlinear dispersion”, Journal of Differential Equations (雑誌の Impact Factor 1.166), 228 (2006), pp. 171-190. 査読有り

[学会発表] (計 11 件)

- 1) Mitsuru Yamazaki, “Introduction to the theory on compensated compactness”, HYKE (HYperbolic and KinEtic) Seminar, Department of Mathematical Sciences,

Seoul National University, Seoul, Korea, November 2008.

- 2) Mitsuru Yamazaki, “特殊相対論における等温流体のダイナミクス”, 日本数学会 2007 年度秋季総合分科会, 東北大学, Miyagi, September, 2007. (joint work with P.G. LeFloch (director of research at CNRS & Univ. Paris VI)).
- 3) Mitsuru Yamazaki, “ボルツマン方程式の解の一意性 Lp-安定性”, OS2-2 自己相互作用流体の平衡状態とその安定性, 第 56 回理論応用力学講演会, 日本学術会議, Tokyo, March 2007. (joint work with Seung-Yeal HA, professor, and Seok-Bae YUN, student of Department of Mathematical Sciences, Seoul National University)
- 4) Mitsuru Yamazaki, “Scalar conservation laws with nonlinear diffusion and nonlinear dispersion”, 11th International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, France, July 2006. (joint work with Naoki FUJINO, student of Graduate School of Pure and Applied Sciences, University of Tsukuba)
- 5) Mitsuru Yamazaki, “The dynamics of isothermal relativistic fluids”, 超関数と線型微分方程式 2006, 京都大学数理解析研究所, Kyoto, March 2006. (joint work with Philippe G. LeFloch, director of research at CNRS & Jacques-Louis Lions Laboratory, Pierre & Marie Curie University (Paris VI))

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

特になし。