

平成 21年 4月 17日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540208

研究課題名 (和文) 多次元進行曲面波の大域安定性

研究課題名 (英文) Global Stability of multi-dimensional traveling fronts

研究代表者

谷口 雅治 (TANIGUCHI MASAHARU)

東京工業大学・大学院情報理工学研究科・准教授

研究者番号 30260623

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：進行波, 安定性

## 1. 研究計画の概要

Allen-Cahn 方程式 (Nagumo 方程式) を 3次元空間全体でかんがえ、角錐型の等高面をもつ進行波 (以下、角錐型進行波) の一意性と安定性を証明することが本研究の目的である。この角錐型進行波は私が 2007 年にその存在を証明した (SIAM J. Math. Anal. Vol. 39, No. 1 (2007), pp. 319-344)。その

一意性と安定性その他くわしい性質は未知であったがこれを解明するのが本研究の概要である。

## 2. 研究の進捗状況

これまでに得られた成果は以下のとおりである。

角錐型進行波 (pyramidal traveling wave) について以下のことが解明された。

## (1) 角錐型進行波の存在

SIAM Journal on Mathematical Analysis  
Vol. 39, No. 1 (2007), pp. 319--344

## (2) 角錐型進行波の一意性と安定性

Journal of Differential Equations  
Vol. 246 (2009) 2103-2130

これらはそれぞれ上記の学会誌と学術雑誌に掲載されている。角錐型進行波の一意性と安定性の証明においては、角錐型進行波は稜線部分において 2次元V字型進行波に漸近するという性質を解明することにより、数学

的に厳密な証明を与えた。

また、 $n$ 次元空間 ( $n$  は 2以上の整数) において平面波 (planar wave) の漸近安定性についても結果を得て、学術雑誌 Communications in Partial Differential Equations に掲載受理された。これは東京大学の奈良光紀博士と俣野博教授との共同研究である。得られた結果は以下の通りである。

(1) 平面波は加えられた擾乱が無限遠方で減衰する場合には漸近安定である。

(2) 無限遠方で減衰しない擾乱で、それが加えられると振動が永続的に持続する現象が起こることを証明した。

## 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している

当初研究目的の達成度としては「当初の計画以上に進展している」と考えられる。理由としては、角錐型進行波の一意性と安定性につき数学的証明を与えることに成功し、学術雑誌 Journal of Differential Equations Vol. 246 (2009) 2103-2130 にすでに発表されているためである。

## 4. 今後の研究の推進方策

国内外の研究集会に参加・講演して情報を収集し、第一線の研究者の方々と議論を重ねることにより研究の新たな展開を行う。

日本数学会などに参加・講演し、国内外の研

究者との討論と議論を行う。

5. 代表的な研究成果  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① H. Matano, M. Nara and M. Taniguchi  
"Stability of planar waves in the Allen-Cahn equation"  
Communications in Partial Differential Equations  
(印刷中) 査読有
- ② M. Taniguchi  
"The uniqueness and asymptotic stability of pyramidal traveling fronts in the Allen-Cahn equations"  
Journal of Differential Equations  
Vol. 246 (2009) 2103-2130 査読有
- ③ M. Nara and M. Taniguchi  
"The condition on the stability of stationary lines in a curvature flow in the whole plane"  
Journal of Differential Equations  
Vol. 237, No. 1 (2007) 61-76 査読有
- ④ M. Taniguchi  
"Traveling fronts of pyramidal shapes in the Allen-Cahn equations"  
SIAM Journal on Mathematical Analysis  
Vol. 39, No. 1 (2007), pp. 319--344 査読有
- ⑤ H. Ninomiya and M. Taniguchi "Global stability of traveling curved fronts in the Allen-Cahn equations"  
Discrete and Continuous Dynamical Systems

Vol. 15, No. 3 (2006), 819--832 査読有

[学会発表] (計 2 件)

- ① 谷口雅治, 「Allen-Cahn 方程式における角錐型進行波の一意性と安定性」  
日本数学会 2008 年度秋期総合分科会,  
東京工業大学, 2008 年 9 月 26 日
- ② "Traveling fronts of pyramidal shapes in the Allen-Cahn equations"  
Minisymposium "Qualitative theory of elliptic and parabolic PDEs 1"  
EQUADIFF 2007, Vienna University of Technology,  
August 5 - 11, 2007

[図書] (計 1 件)

- ① 『数学の言葉と論理』 (渡辺治, 北野晃朗, 木村泰紀, 谷口雅治 著) 朝倉書店, 2008 年 9 月