

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540214

研究課題名（和文） 戸田型非自励離散可積分系の代数構造の研究と工学への応用

研究課題名（英文） Research of the algebraic structure of the Toda type non-autonomous discrete integrable systems and its engineering application

研究代表者

辻本 諭 (TSUJIMOTO SATOSHI)

京都大学・大学院情報学研究科・准教授

研究者番号：60287977

研究分野：離散可積分系

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：アルゴリズム，応用数学，数理工学，可積分系

1. 研究計画の概要

直交多項式の理論と廣田のタウ関数の理論を用いることで、戸田方程式および関連する離散可積分系に関する解析をすすめる。特に「非自励離散可積分系」に着目し、その特殊解を中心とした理論の構築とその工学への応用を図る。

2. 研究の進捗状況

非自励離散戸田系列とその特殊解について、非自励離散戸田方程式の特殊解を他の戸田型離散可積分系に拡張することをこころみた。その結果、Lotka-Volterra 格子，相対論的戸田格子方程式，R_I 型格子，R_II 型格子，FST 格子への拡張に成功した。特に R_II 型格子と FST 格子に対しては，古典型の楕円超幾何関数で特徴づけられる解を与えた。これにより離散 KP ヒエラルキーとの関係が明らかになった。

離散戸田格子方程式の楕円超幾何関数解による双直交ローラン多項式列の導出離散戸田格子方程式のハンケル行列式解の特別な場合として，フロベニウス行列式で表されるものを与え，ここで得られた行列式解の楕円超幾何級数による表示を与えた。ここで得

た特殊解から，双直交ローラン多項式列を導くことができ，対応する線形汎関数の単位円周上の積分による表示を与えることに成功した。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

本研究課題における3つの目標のうち「非自励離散可積分系の解析」および「非自励可積分系の理論の構築」については，廣田の直接法と直交多項式の理論を用いることで特殊関数解の理論についてはさまざまな成果を得ることができ，おおむね目標を達成したと言える。さらに，最後の目標である「非自励可積分系の工学への応用」に関しては，これまでのところ R_II 型格子および FST 格子の解析を深めることで，2つの3重対角行列に付随する一般化固有値問題に対する計算手続きの定式化には成功した。しかし，従来法との比較においてははっきりとした優位性を見いだすまでにはいたっていない。

4. 今後の研究の推進方策

「非自励離散可積分系の解析」および「非自

励可積分系の理論の構築」から得られた結果をさらに発展させるために、パデ近似・パンルベ方程式・楕円超幾何関数などへの解析をすすめている所であり、今後もこの方針で研究を発展させていきたい。また、「非自励可積分系の工学への応用」については、従来法において導入されていた様々な実用上の工夫などを取り入れ、さらに、可積分系の理論でえられている結果なども適宜考慮することにより、高速かつ安定な一般化固有値問題の計算アルゴリズムを開発していきたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

① S. Tsujimoto, Determinant solutions of the nonautonomous discrete Toda equation associated with the deautonomized discrete KP hierarchy, Journal of Systems Science and Complexity, (To appear), 査読あり

② S. Tsujimoto and A. Zhedanov, Determinant solutions of the nonautonomous discrete Toda equation associated with the deautonomized discrete KP hierarchy, Journal of Systems Science and Complexity, Vol. 5, 033, 30 pages, (2009), 査読あり

③ V.P. Spiridonov, S. Tsujimoto and A. Zhedanov, Integrable discrete time chains for the Frobenius-Stickelberger-Thiele polynomials, Communications in Mathematical Physics, Vol. 272, pp. 139-165, (2007), 査読あり

[学会発表] (計7件)

① S. Tsujimoto, On the discrete coupled KP equation, 7-th AIMS International Conference (May, 2008, USA)

② S. Tsujimoto and Y. Matsui, On Hankel determinant formulas of the nonautonomous discrete Toda and Lotka-Volterra equations, SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures (September, 2006, USA)