

平成 21 年 5 月 18 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2008

課題番号：18540220

研究課題名（和文） 線形及び非線形双曲型方程式の概周期振動の研究

研究課題名（英文） Almost periodic oscillations of linear and nonlinear hyperbolic equations

研究代表者

山口 勝 (YAMAGUCHI MASARU)

東海大学・理学部数学科・教授

研究者番号：10056252

研究成果の概要： 双曲型偏微分方程式の典型的で物理的にも重要な方程式である3つの方程式、波動方程式・Klein-Gordon 方程式・吊り下げられた弦の方程式について、線形・非線形双方の場合について、主として境界値問題の周期解の存在に関する研究を行い、上記3つの方程式が非線形自励系の場合に、境界値問題に対して連続濃度のパラメーターに依存する無限個の周期解の存在に関する結果を得た。その際、線型方程式の周期解に関する正則性評価と周期と主要部の楕円型作用素のスペクトルに対する数論による評価と非線形方程式の Lyapunov-Schmidt 分解が基本的に用いられた。このとき、解の正則性について非線形項の微分可能性とスペクトルと周期に関する Diophantine 不等式における Diophantine 指数との整合性のある結果を得た。

また、吊り下げられた弦の方程式が線形減衰項をもつ場合、周期的な非線形をもつときには、局所一意的な周期解をもつことを示した。さらに概周期解について存在とその安定性が証明された（服部仁実氏（準備中））。また、自励非線形方程式に対する初期値境界値問題の時間大域解の存在を証明した。

研究活動として、関連する分野の国際・国内研究集会「発展方程式シンポジウム」を各年度ごとに開催し（本研究期間中に3回）国内外の研究者と活発に情報交換と討論を行い当該分野の研究を推進した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,300,000	0	1,300,000
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	630,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：双曲型方程式・概周期解・Diophantine 条件

### 1. 研究開始当初の背景

線形・非線形双曲型方程式の周期解・準周期解・概周期解の存在に関する研究は、特に方程式の定義領域が有界の場合には、双曲型作用素のスペクトル（定義領域の幾何学的性質との関係の研究）と周期の数論的性質（Diophantine 条件）に関する詳しい研究と相空間における解の構造に関する研究が不可欠であり、解析学、力学系論、解析的整数論、幾何学等諸分野の融合した興味ある研究対象と考え、この 15 年間これらの体系的な研究を継続的に行ってきた。本研究もその方向にそって行われこれまでに得られた多くの成果の延長上に存在している。

### 2. 研究の目的

(1) 線形・非線形の吊り下げられた弦の方程式の周期振動解および準周期振動解の存在と個数に関する研究および主要部の偏微分作用素のスペクトル（Bessel 関数の零点）の数論的研究とこの方程式に適合した空間変数に関して 0 で重みをもつルベーグ型およびソボレフ型関数空間とそこにおける諸不等式の研究を行った。さらに初期値境界値問題の時間大域解の存在に関する研究を行った。

(2) 有界領域における非線形波動方程式および非線形 Klein-Gordon 方程式の周期振動解および準周期振動解の存在と個数に関する研究と、これらの解の存在に本質的に必要と考えられる一様 Diophantine 条件の考察を行った。

(3) 非有界領域における双曲型方程式の周期解の存在と個数に関して研究した。

(4) 減衰項をもつ場合の非線形の吊り下げられた弦の方程式に対する境界値問題の周期解および概周期解の存在とそれらの指数安定性に関する研究を行った。

### 3. 研究の方法

主として、本研究組織の研究者間で個々のテーマとなる問題についての予想・推論を行い討議・検討した（その際、相補的にコンピューターで数値計算を行った）。このため、国内外の研究集会に出席し諸研究者と情報交換や討論を行った。新しい結果としてオリジナリティが高い結果が得られた場合については、これらを論文としてまとめ国際学会、国内の主要シンポジウム、各大学において開催されているセミナーなどで成果発表を行うとともに国際誌（査読付きに限る）に発表した。また、毎年国内外の研究者を本学（東

海大学）に招聘しシンポジウムを開催し情報交換・情報収集・研究結果の検討・討議などを行い研究を推進した。また、本学においても談話会（1年に4、5回）を開き国内外の研究者に詳しい講演・討議を行った。

### 4. 研究成果

概ね「研究目的」に沿って研究が行われたが、主要な成果として、「研究の目的」の項で述べられた各非線形双曲型方程式の連続濃度をもつ無限個の周期解の存在に関する諸成果を得た。また、吊り下げられた弦の方程式について非線形方程式の初期値境界値問題の時間大域解の存在を示し、解の正則性について明快な結果を得た。さらに、減衰項がある吊り下げられた弦の振動方程式の境界値問題について、方程式が時間について周期的な様々な非線形項をもつ場合について周期解の存在に関する諸結果を得た（下記5および6の項における山口の発表論文・学会発表を参照）。

### 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 13 件）

以下この項における論文はすべて査読つきである。

山口 勝 (Masaru Yamaguchi)

- ① Existence and regularity of periodic solutions of nonlinear equations of a suspended string, to appear in Funkcialaj Ekvac.
- ② (with Wongsawasdi, Jaipong) Global classical solutions of IBVP to nonlinear equation of a suspended string. Tokyo J. Math. 31 (2008), no. 2, 351--373.
- ③ Infinitely many periodic solutions of nonlinear equations of suspended strings. Funkcial. Ekvac. 51 (2008), no. 2, 245--267.
- ④ Global smooth solutions of IBVP to nonlinear equation of suspended string. J. Math. Anal. Appl. 342 (2008), no. 2, 798--815.

- ⑤ (with Nagai, Tohru; Matsukane, Katsuya) Forced oscillations of nonlinear damped equation of suspended string. *J. Math. Anal. Appl.* 342 (2008), no. 1, 89--107.
- ⑥ (with Wongsawasdi, Jaipong) Global solutions of IBVP to nonlinear equation of suspended string. *Tokyo J. Math.* 30 (2007), no. 2, 543--556.

松山 登喜夫 (Tokio Matsuyama)

- ①  $L^p$ - $L^q$  estimates for wave equations and the Kirchhoff equation. *Osaka J. Math.* 45 (2008), no. 2, 491--510.
- ② (with Ruzhansky, M.) Dispersion and asymptotic profiles for Kirchhoff equations. *Topics in contemporary differential geometry, complex analysis and mathematical physics*, 234--243, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007.
- ③ (with Reissig, Michael) Stabilization and  $L^p$ - $L^q$  decay estimates. *Asymptot. Anal.* 50 (2006), no. 3-4, 239--268.
- ④ Asymptotic profiles for the Kirchhoff equation. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl.* 17 (2006), no. 4, 377--395.
- ⑤ Asymptotic behaviour for wave equation with time-dependent coefficients. *Ann. Univ. Ferrara Sez. VII Sci. Mat.* 52 (2006), no. 2, 383--393.

榎崎 隆 (Takashi Narazaki)

- ① (with Nishihara, Kenji) Asymptotic behavior of solutions for the damped wave equation with slowly decaying data. *J. Math. Anal. Appl.* 338 (2008), no. 2, 803--819.

田中 實 (Minoru Tanaka)

- ① (with Sinclair, Robert) The cut locus of a two-sphere of revolutions and Toponogov's comparison theorem, *Tohoku Math. J.* 59 (2007), 379-399.
- ② (with Sinclair, Robert) Jacobi's last geometric statement extends to a wider class of Liouville surfaces, *Math.*

*Computation*, 75 (2006), 1779-1808.

[学会発表] (計 12 件)

山口 勝

- ① 講演タイトル: Periodic oscillations of nonlinear suspended string equations  
研究集会名: 「偏微分方程式の諸問題」研究集会  
開催年月: 2008年10月  
主催団体: 東海大学理学部数学科・情報数理学科  
発表場所: 東海大学
- ② 講演タイトル: Global smooth solutions of IBVP to nonlinear suspended string equations  
研究集会名: 7th AIMS International Conference Dynamical Systems, Differential Equations and Applications  
開催年月: 2008年5月  
主催団体: American Institute of Mathematical Sciences  
発表場所: Texas, USA
- ③ 講演タイトル: Periodic solutions of 2D nonlinear wave equations in periodic domains  
研究集会名: International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2007  
開催年月: 2007年9月  
主催団体: ICNAAM Organizing Committee  
発表場所: Corfu, Greece
- ④ 講演タイトル: Periodic solutions of nonlinear equations of suspended string  
研究集会名: Conference "Interplay between Pseudo-differential Operators and PDEs" 110 Years Anniversary : Fransesco Giacomo Tricomi  
開催年月: 2007年1月  
主催団体: University of Torino  
発表場所: Torino, Italy
- ⑤ 講演タイトル: Periodic solutions of nonlinear suspended string equations  
研究集会名: International Conference on Nonlinear Evolutionary PDEs  
開催年月: 2006年7月  
主催団体: Capital Normal University, Chinese Academy of Sciences

発表場所 : Xining, China

松山 登喜夫

- ① 講演タイトル : Geometrical optics for hyperbolic equations  
研究集会名 : Decay and regularity for solutions of differential equations and dynamical systems  
開催年月 : 2008 年 9 月  
主催団体 : Department of Mathematics and Informatics of the University of Cagliari  
発表場所 : Cagliari, Italy
- ② 講演タイトル : Scattering for the Kirchhoff equation with nonlinear perturbations  
研究集会名 : Function spaces and partial differential equations  
開催年月 : 2008 年 2 月  
主催団体 : 大阪大学 理学研究科  
発表場所 : 大阪大学
- ③ 講演タイトル : Dispersion for the Kirchhoff equations  
研究集会名 : Isaac Congress 2007  
開催年月 : 2008 年 8 月  
主催団体 : The organizing committee of Isaac Congress  
開催場所 : Ankara, Turkey
- ④ 講演タイトル : Asymptotic profiles for Kirchhoff equation  
研究集会名 : 第 24 回 九州における偏微分方程式研究集会  
開催年月 : 2007 年 1 月  
主催団体 : 九州大学  
発表場所 : 九州大学
- ⑤ 講演タイトル : Global solvability to Kirchhoff equations of higher order  
研究集会名 : Interplay between pseudo-differential operators and PDEs  
開催年月 : 2007 年 1 月  
主催団体 : University of Torino  
発表場所 : Torino, Italy

榎崎 隆

- ① 講演タイトル : Global solutions to the Cauchy problem for the system of damped wave equations

研究集会名 : 7th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications

主催団体 : American Institute of Mathematical Sciences

開催年月 : 2008 年 5 月

発表場所 : Texas, USA

- ② 講演タイトル : Global solutions to Cauchy problem for the weakly coupled system of damped wave equations  
研究集会名 : 第 16 回 応用解析研究会シンポジウム  
主催団体 : 応用解析研究会  
開催年月 : 2009 年 3 月  
発表場所 : 箱根

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山口 勝 (YAMAGUCHI MASARU)

東海大学・理学部・教授

研究者番号 : 10056252

(2) 研究分担者

松山 登喜夫 (MATSUYAMA TOKIO)

東海大学・理学部・教授

研究者番号 : 70249712

榎崎 隆 (NARAZAKI TAKASHI)

東海大学・理学部・教授

研究者番号 : 70119692

(3) 連携研究者

田中 實 (TANAKA MINORU)

東海大学・理学部・教授

研究者番号 : 10112773