

平成22年 5月26日現在

研究種目： 基盤研究 (C)
 研究期間： 2006~2008
 課題番号： 18540246
 研究課題名 (和文)
 非可換空間におけるトポロジカル・ソリトンのダイナミクス
 研究課題名 (英文)
 Dynamics of topological solitons in noncommutative space
 研究代表者
 江澤 潤一 (Zyun Ezawa)
 東北大学 大学院理学研究科 教授
 研究者番号： 90133925

研究成果の概要 (和文)：

非可換空間が実現している唯一の観測可能な系は量子ホール系である。量子ホール系での荷電励起である非可換スカーミオンの微視的理論を構成した。さて、2層量子ホール系で横磁場は層間にサインゴードン・ソリトンとして侵入するが、臨界値を超えるとソリトン格子を生成する。ホール電流とこのソリトン格子との散乱を長波長近似で解析し、量子ホール状態なのに異常な抵抗が発生することを示した。これは実験事実をよく説明する。

研究成果の概要 (英文)：

Noncommutative geometry is realized in the quantum Hall (QH) system. We have constructed a microscopic theory of noncommutative skyrmions, which are quasiparticles in the QH system. In the bilayer QH system, parallel magnetic field penetrates between the two layers as sine-Gordon solitons, and forms a soliton lattice beyond the critical point. We have analyzed the scattering of the Hall current against the soliton lattice, which is shown to yields an anomalous resistivity in the QH regime around the critical point and explains the experimental data quite well.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	800,000	0	800,000
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	2,600,000	540,000	3,140,000

研究分野： 数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 ・ 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：2層量子ホール系、サインゴードン・ソリトン、スカーミオン、スカーム・ソリトン、トポロジカルソリトン、量子ホール効果、量子位相、非可換ソリトン、非可換空間

1. 研究開始当初の背景

物理現象に現れる粒子には、素粒子の他に、古典場の特殊な配位からくるソリトンがある。特にその安定性が位相幾何学的に保障されているトポロジカル・ソリトンの重要性はよく知られている。クォークを閉じ込める渦

糸ソリトンは超伝導に進入する磁束と本質的に同じものである。また、素粒子理論で提唱されたスカーミオンは、現在、原子核物理学や凝縮系物理学で実際の物理現象を解析する上で使われている。これらトポロジカル・ソリトンのダイナミカルな扱いは第二量

子化を含め色々試みられているが、十分に成功しているとは認められない。一つの理由は、トポロジカル・ソリトンが古典場の配位である、というその本質的限界にある。また、トポロジカル・ソリトンのダイナミクスがその理解に必須となる現象論的応用の欠如のためでもある。

さて、非可換空間上の場の理論に現れるトポロジカル・ソリトンが注目を集めている。これは超弦理論における古典解としてのブレイン（膜）と関係して、空間の非可換性とその空間での位相的励起が見出されたからである。この発見に触発されて、可換空間でのソリトン解（特に CP 模型でのスカーミオン解）の非可換空間への拡張が多くの人によってなされている。

非可換空間が実現している最も単純な系は量子ホール系であり、渦系ソリトンやスピン自由度を用いたスカーミオンが位相的励起として現れ、準粒子として電流を運ぶ。特にスカーミオン励起は特異な抵抗値の振る舞いにより実験的に確認されている。このように量子ホール系は非可換幾何学とトポロジカル・ソリトンの研究に最適な場を提供している。

さらに興味ある系は2層量子ホール系である。スピン自由度に加えて、2層の自由度（擬スピン自由度）が存在し、併せて、SU(4)内部自由度をもつ系をなす。トポロジカル励起もSU(4)スカーミオンである。この系に横磁場をかけると、別のタイプのトポロジカル励起であるサインゴードン・ソリトンが生成される、と理論的に予言されていた。非可換空間におけるこれらのトポロジカル励起とそれらのなすダイナミクスの理論的研究および実験的検証が待たれていた。

2. 研究の目的

非可換空間が実現している唯一の観測可能な系は量子ホール系である。電子がランダウ準位に束縛されているため、そのx座標とy座標は交換しない。すなわち、 $[x, y] = i\theta$ という非可換交換関係の成立する非可換平面が実現している。 θ は長さの自乗の次元を持つ非可換パラメータである。この様な系でのトポロジカル・ソリトンとそのダイナミクスを解析する。

(1) 量子ホール系の長波長有効理論に基づき、準粒子はトポロジカル励起（スカーミオン）であることが知られている。非可換平面上でのスカーミオン励起を解析し、その微視的理論を構築する。

(2) 2層量子ホール系において、横磁場が層間に進入したとき、非可換スカーミオンがどのように変形するのか微視的に解析する。

(3) 磁場は層間にサインゴードン・ソリトンとして進入する。非可換スカーミオンがこ

のサインゴードン・ソリトンと散乱すると予想されるが、これを解析する。

3. 研究の方法

(1) スカーミオンのエネルギーを計算する方法として、物性理論でよく知られたハートリー・フォック近似がある。この近似法を再解釈することで、非可換空間上のスカーミオンのエネルギーに対する公式を導く。

(2) 非可換空間上の場の理論の観点から、横磁場の存在する2層量子ホール系の微視的理論をつくる。まず、電子（ホール）励起を微視的に解析する。次に、これを拡張して非可換スカーミオン励起を構成する。物理的な解釈から、スカーミオンは紐で結ばれたメロン対に変形される、という予想があるが、この解釈が微視的に正しいか解析する。

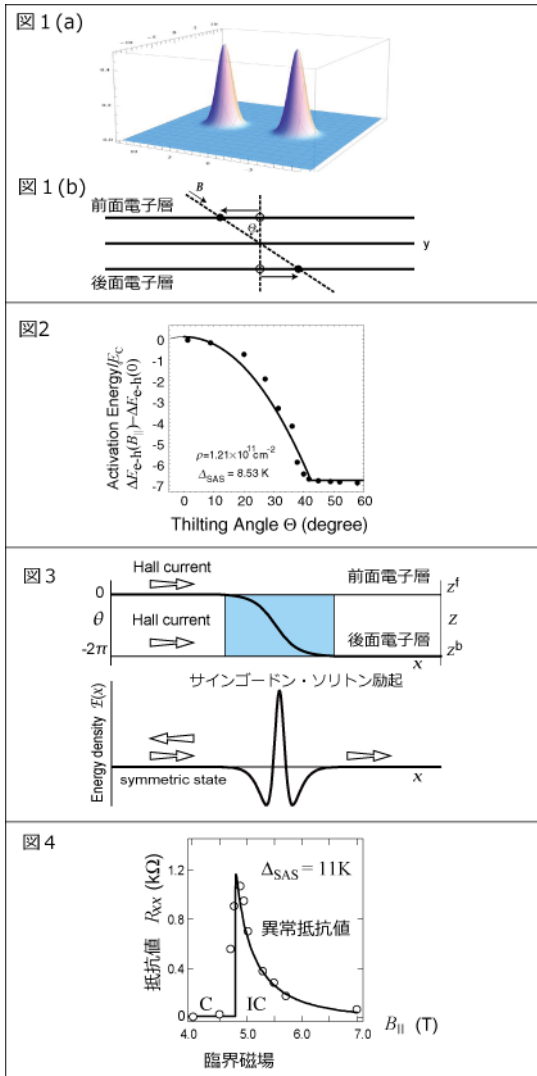
(3) 2層量子ホール系で、横磁場はサインゴードン・ソリトンとして層間に進入する。横磁場は臨界値をこえると、ソリトン格子を作る。一方、この臨界値近辺で、量子ホール状態なのに異常な抵抗が発生することを私の属する実験グループが発見している。この2つの現象を結びつけるものとして、非可換スカーミオンとソリトン格子との散乱を考察する。まず、現象論的な有効理論で解析し、続いて、微視的な散乱理論を構成する。

4. 研究成果

(1) 1層量子ホール系での非可換スカーミオンの微視的理論を構築した。この微視的状態は、電子（あるいは空孔）を連続 W_∞ 変換して得られる。この結果、非可換スカーミオンは電荷を持ち、さらに、その電荷密度はトポロジカル荷電密度に等しくなることを証明した。逆に、電荷密度をもつ励起は非可換トポロジカル励起になる。従って、非可換空間では電子（あるいは空孔）も素粒子ではなく、トポロジカル励起と見なせる。励起エネルギーを最小化して、具体的に励起しているスカーミオンに対応する W_∞ 変換を求めた。

(2) 上記の解析を2層量子ホール系に拡張した。2層系では、スピンと擬スピンの自由度をあわせてSU(4)内部自由度をもち、多彩な非可換スカーミオンが励起し得る。擬スピン自由度のみが励起している場合に限定して解析を行った。まず、電子（ホール）に対して微視的理論を構築した。横磁場が層間に進入すると、電子やホールは、上層と下層で電荷分布が分離して、図1に示すように、メロン対励起に変形することを微視的理論に基づき解析した。この様に変形した電子（ホール）対励起はトンネル相互作用の大きなサンプル実験では実現していると期待される。実際に励起エネルギーを計算して、図2に示すように、実験データを説明できることを示した。一方、トンネル相互作用の小さなサン

プル実験では、電子ホール対を W_{∞} 変換したスカーミオン対が励起しているはずである。このような励起のエネルギー公式を導いた。しかし、表式は複雑すぎて、エネルギーを最小化する W_{∞} 変換を決定するには至っていない。この問題は現在も継続して研究している課題である。



(3) 2層量子ホール系の層間に侵入した横磁場は臨界値を超えるとソリトン格子を生成する。一方、電流はこのサインゴードン・ソリトンと散乱して抵抗を発生される、と予想できる(図3参照)。本来、電流は電荷励起であるスカーミオンが運ぶ。スカーミオンの取り扱いが困難なので、点粒子とソリトン格子との散乱を解析した。さて、ソリトン格子が揺らがないなら散乱は起こらない。格子の堅さを計算し、臨界磁場の近辺で熱的揺らぎによる散乱を解析した。具体的成果として、その衝突効果を縦抵抗の測定によって観測し得ることを示した。これは私の属する実験グループで最近観測した縦抵抗の異常な振

舞いをよく説明する(図4参照)。この解釈により、この実験はソリトン格子生成の最初の実験的検証と見なせることになる。非可換平面上の微視的理論に基づくスカーミオンとの散乱過程の解析は今後の課題である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計10件)

- 1) A. Fukuda, D. Terasawa, M. Morino, K. Iwata, S. Kozumi, N. Kumada, Y. Hirayama, Z.F. Ezawa and A. Sawada, Pseudospin Soliton in the $\nu=1$ Bilayer Quantum Hall State, Physical Review Letters, 100 (2008) 016801-016804 (査読有)。
- 2) A. Fukuda, K. Iwata, T. Sekikawa, T. Arai, N. Kumada, Y. Hirayama, Z.F. Ezawa and A. Sawada, Activation Study of the Bilayer $\nu=1/3$ Quantum Hall State, Physica E 40 (2008) 1261-1263 (査読有)。
- 3) Z.F. Ezawa, K. Ishii and G. Tsitsishvili, Interlayer Phase Coherence and Dissipative Soliton-Lattice Regime in Bilayer Quantum Hall Systems, Physica E 40 (2008) 1557-1559 (査読有)。
- 4) A. Fukuda, M. Morino, K. Iwata, D. Terasawa, S. Kozumi, N. Kumada, Y. Hirayama, Z.F. Ezawa and A. Sawada, Anisotropic Magnetotransport by the Pseudospin Soliton in the Bilayer $\nu=1$ Quantum Hall System, Physica E 40 (2008) 1255-1257 (査読有)。
- 5) K. Iwata, M. Morino, A. Fukuda, M. Suzuki, Z.F. Ezawa, A. Sawada, N. Kumada and Y. Hirayama, Effects of In-Plane Magnetic Field Direction on the Nuclear-Spin Relaxation in the $\nu=2/3$ Quantum Hall State, Physica E 40 (2008) 1175-1177 (査読有)。
- 6) Z.F. Ezawa, K. Ishii and G. Tsitsishvili, Anomalous Diagonal Resistivity and Soliton Lattice in Bilayer Quantum Hall Systems, Physica B 40 (2008) 1517-1519 (査読有)。
- 7) Z.F. Ezawa, S. Suzuki and G. Tsitsishvili, Anomalous Quantum-Hall Resistance in Bilayer Counterflow Transport, Physica Status Solidi (c) 4 (2007) 485-488 (査読有)。
- 8) M. Morino, K. Iwata, M. Suzuki, A. Fukuda, A. Sawada, Z.F. Ezawa, N. Kumada and Y. Hirayama, Anisotropic Magneto-transport near the $\nu=2/3$ Quantum Hall State, Physica E 34 (2006) 152-155 (査読有)。
- 9) D. Terasawa, A. Fukuda, S. Kozumi, A. Sawada, Z.F. Ezawa, N. Kumada and Y. Hirayama, Stability of Soliton Lattice phase in $\nu=1$ Bilayer Quantum Hall State under Tilted Magnetic Field, Physica E 34 (2006) 81-84 (査

読有).

10) A. Fukuda, S. Kozumi, D. Terasawa, Y. Shimoda, N. Kumada, Y. Hirayama, Z.F. Ezawa and A. Sawada, Quantum Transport Study of Canted Antiferromagnet Phase in the $\nu = 2$ Bilayer Quantum Hall State, *Physica E* 34 (2006) 77-80 (査読有).

[学会発表] (計 18 件)

1) A. Fukuda, Thermal Activation of the Soliton Lattice in the $\nu = 1$ Bilayer Quantum Hall Effect, ICPS29: International Conference on the Physics of Semiconductors, July 27-Aug 1 (2008), Rio de Janeiro, Brazil.

2) Z.F. Ezawa, Interlayer Phase Coherence and Dissipative Soliton-Lattice Regime in Bilayer Quantum Hall Systems, EP2DS17: International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems, July 15-20 (2007), Genova, Italy.

3) A. Fukuda, Anisotropic Magneto-transport by Pseudospin Soliton in the Bilayer $\nu = 1$ Quantum Hall System, EP2DS17: International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems, July 15-20 (2007), Genova, Italy.

4) K. Iwata, Effects of In-Plane Magnetic Field Direction on the Nuclear-Spin Relaxation in the $\nu = 2/3$ Quantum Hall State, EP2DS17: International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems, July 15-20 (2007), Genova, Italy.

5) Z.F. Ezawa, Anomalous Diagonal Resistivity and Soliton Lattice in Bilayer Quantum Hall Systems, The International Conference on Strongly Correlated Electron Systems, May 13-18 (2007), Houston, USA.

6) Z.F. Ezawa, Anomalous Quantum-Hall Resistance in Bilayer Counterflow Transport, International Conference on Superlattices, Nano-Structure and Nano-Devices, July 30-August 4 (2006), Istanbul, Turkey.

7) Z.F. Ezawa, Anomalous Hall Resistance in Bilayer Electron Systems, ICPS28: International Conference on the Physics of Semiconductors, July 24-28 (2006), Vienna, Austria.

8) A. Fukuda, In-plane Field Effects on the Canted Antiferromagnetic Phase in the Bilayer $\nu = 2$ Quantum Hall State, ICPS28: International Conference on the Physics of Semiconductors, July 24-28 (2006), Vienna, Austria.

9) K. Iwata, Anisotropy of Current-pumped Nuclear Spin Polarization in the $\nu = 2/3$ Quantum Hall State, ICPS28: International Conference on the Physics of Semiconductors, July 24-28 (2006), Vienna, Austria.

10) 小笠原良晃, 2 層系量子ホール状態における磁気抵抗のマイクロ波応答, 日本物理

学会 秋季大会 (岩手大) 2008 年 9 月 20 日
11) 小笠原良晃, 電子密度差のある 2 層系 $\nu = 1$ 量子ホール状態における 2 層独立化と磁気抵抗異常, 日本物理学会 第 63 回年次大会 (近畿大) 2008 年 3 月 23 日

12) 関川貴史, 2 層系 $\nu = 1/3$ 量子ホール状態における層間電子密度差に応じた活性化エネルギーの連続変化, 日本物理学会 第 62 回年次大会 (北海道大) 2007 年 9 月 21 日

13) 福田昭, 2 層系 $\nu = 1$ 量子ホール状態における磁気抵抗異常, 日本物理学会 第 62 回年次大会 (北海道大) 2007 年 9 月 21 日

14) 岩田一樹, $\nu = 2/3$ 状態のスピン相転移点における核スピン緩和時間の面磁場方向依存性, 日本物理学会 第 62 回年次大会 (北海道大) 2007 年 9 月 21 日

15) 岩田一樹, 強面内磁場下での 2 層系 $\nu = 3$ 量子ホール状態におけるヒステリシス現象, 日本物理学会 春季大会 (鹿児島大) 2007 年 3 月 18 日

16) 福田昭, 2 層系 $\nu = 1/3$ 量子ホール状態における活性化エネルギーの電子密度差依存性, 日本物理学会 春季大会 (鹿児島大) 2007 年 3 月 18 日

17) 岩田一, $\nu = 2/3$ 量子ホール状態におけるドメイン構造の面内磁場依存性, 日本物理学会 秋季大会 (千葉大学) 2006 年 9 月 25 日

18) 福田昭, 2 層系 $\nu = 1/3$ 量子ホール状態, 日本物理学会 秋季大会 (千葉大学) 2006 年 9 月 25 日

[図書] (計 1 件)

Z. F. Ezawa, World Scientific (Singapore), *Quantum Hall Effects: Field Theoretical Approach and Related Topics*, 2nd Edition (2008), 740 ページ

[その他]

ホームページ等

<http://www.riken.jp/lab-www/theory/people/ezawa/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

江澤 潤一 (Zyun Ezawa)

東北大学 大学院理学研究科 教授

研究者番号 : 90133925