

平成 22 年 4 月 10 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006年度～2009年度

課題番号：18540368

研究課題名 (和文) 多成分ボース・アインシュタイン凝縮体の厳密解析とその応用

研究課題名 (英文) Exact Analysis of Bose-Einstein Condensates and its Applications

研究代表者 和達 三樹 (WADATI MIKI) 東京理科大学 理学部 教授

研究者番号：60015831

研究成果の概要 (和文)：

1. 3成分ボース・アインシュタイン凝縮体の時間発展を記述する Gross-Pitaevskii (GP) 方程式に対して、我々は 2004 年、結合定数が満たすべき完全積分可能系であるための条件 (可積分条件) を発見した。この系を逆散乱法を用いて解析し、多成分ソリトンの衝突過程を明らかにした。また、結合定数が一般の場合、パンルベ判定法を用いて、3成分 GP 方程式の可積分構造を解析した。その結果、ソリトン系 (可積分系) となるのは、3成分 Manakov 方程式と我々が発見した条件の場合に限られることが証明された。物理的には、前者は密度相互作用だけを含むのに対し、後者は密度相互作用とスピン相互作用の両方を含んでいる。凝縮体のスピндаイナミックスは、大変興味深い研究課題である。

2. デルタ関数型相互作用を持つ 1次元スピン 1/2 フェルミ粒子系の基底状態を Yang-Yang 積分方程式を使って解析した。解法には、Lieb-Liniger 積分方程式に対して、和達 (2002 年) が導入した方法を拡張して用いた。引力相互作用系を取り扱い、また、外部磁場を含めた点は、特に野心的である。相互作用の大きさが大きい場合と小さい場合をともに厳密に解析することができた。直感とは異なり、弱い相互作用の場合は難問として知られている。さらに、相互作用定数と磁場の関数として磁化を求め、状態の分類をおこなった。完全に対形成した非分極相、対形成のない完全分極相、それらの共存相、の 3つの相が存在し、それらの相の間では量子転移があることを証明した。

3. 非線形光学における自己透過 (SIT) 現象は、1960 年代に活発に研究され、ソリトン物理の確立に大きな役割を果たした。その拡張として、近年、電磁誘導透過 (EIT) 現象が多くの興味を集めている。2つのレーザー光とラムダ配位の 3準位原子系の相互作用を調べ、可積分条件を見出すことに成功した。ソリトン解を構成し、パルス伝播の性質を明らかにした。また、2ソリトン解を求め、衝突の多彩な振る舞いを調べた。多成分ソリトン系として、 $F=1$ (3成分)、 $F=2$ (5成分) のボース・アインシュタイン凝縮系と密接な関係があり、量子情報などへの応用が考えられる。

4. 量子力学において、エネルギーが実数値であるためには、エネルギー演算子はエルミート (自己共役) でなければならないと思われている。しかし、エルミート演算子の固有値が実数であることの逆は、必ずしも正しくはない。その例として、ソリトン理論での成果を用いれば、実数固有値をもつ非エルミートポテンシャルが統一的に構成できることを示した。量子力学には、まだ多くの興味深い現象が隠されている。

研究成果の概要 (英文)：

1. In 2004, we discovered an integrable condition of the coupling constants for the Gross-Pitaevskii (GP) equation which describes the dynamics of 3-component Bose-

Einstein condensates. We analyzed the system by the inverse scattering method and clarified the collision properties of solitons. Further, for generic coupling constants, integrable structure of 3-component GP equation was investigated by the Painleve test. It was proved that there exist 2 cases for integrable conditions; one is the 3-component Manakov equation and the other is our equation. The former contains only density-density interaction, while the latter describes both density-density and spin-spin interactions. Spin dynamics of the condensates has become one of the most actively studied subjects.

2. For the delta-function interacting spin1/2 Fermi gas in one-dimension, we analyzed the Yang-Yang integral equation to obtain the ground state energy of the system. As a method of solution, we employed a series expansion method which was introduced for the Lieb-Liniger integral equation by M.Wadati in 2002. Among many, challenging aspects are to treat attractive interactions and to include external magnetic field. We succeeded in analyzing the system both in weak and strong interactions. Contrary to the common sense, the weak coupling case is known to be difficult and subtle. And, we calculated the magnetization as a function of coupling constant and the magnetic field, and classified the phases. There exist three phases; completely paired non-polarized phase, completely polarized phase without pairs and the coexistence of the above 2 phases. Quantum transitions among the three phases are proved.

3. Self-induced transparency (SIT) in nonlinear optics was studied extensively in 1960's and gave useful information for establishing the concept of solitons. As a natural and nontrivial development, electromagnetically-induced transparency (EIT) has attracted much attention. Examining the interaction strengths among two laser lights and 3-level atoms, we found integrable condition for the system. By the Backlund transformation, soliton solutions are obtained and the collision properties are analyzed in detail. Common to the multi-component soliton systems, there occur a variety of collisions, conventional elastic collision, energy exchange, pulse compression etc. EIT can be related and combined to the multi-component Bose-Einstein condensations. Its application to quantum information processing has been suggested.

4. In quantum mechanics, it has been thought that to have real valued energies the energy operator has to be hermitian (self-conjugate). However, real energies are not necessarily due to the hermicity of the energy operator. By using a formulation of the soliton theory, we have shown explicitly that non-hermitian potentials are constructed in a systematic manner. This explains the adhoc introduction of potentials in the theory of parity-time symmetric potentials.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	800,000	240,000	1,040,000
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：物性基礎論、統計力学、非線形物理、数理科学、可積分系

科研費の分科・細目：物理学 数理物理・物性基礎

キーワード：ボース・アインシュタイン凝縮、多成分非線形シュレディンガー方程式、多成分可積分系、電磁誘導透過現象、ベータ仮説、BCS-BEC クロスオーバー、量子可積分系、逆散乱

法、パリティ・時間対称ポテンシャル

1. 研究開始当初の背景

1995年、希薄アルカリ原子系 (Na-23, Rb-87, Li-7) において、ボース・アインシュタイン凝縮が観測された。この革命的進展は、原子物理におけるレーザー技術の発展により、100nK という超低温が可能になったためである。その後、H-1, He*-4, K-39, K-41, Cr-52, Rb-85, Cs-133, Yb-170, Yb-174 などにおいて、ボース・アインシュタイン凝縮が実現された。また、フェルミ粒子系の冷却も可能になり、量子多体問題の研究の格好の舞台が準備された。

2. 研究の目的

- 1) ボース・アインシュタイン凝縮の基礎的理解
- 2) ボース・アインシュタイン凝縮体の安定性と静的・動的性質の解析
- 3) 強相関量子多体系の基本的性質の解明

3. 研究の方法

完全積分可能系 (可積分系、ソリトン系) に対して開発された解析的諸手法を用いて、2. 研究の目的、にあげた課題の厳密な解析を行なう。

- 1) 凝縮体を記述する巨視的波動関数に対する Gross-Pitaevskii (GP) 方程式を、逆散乱法を拡張・発展させて、その非線形時間発展を解析する。
- 2) 量子論においては、ベータ仮説法を使い、運動量分布関数、基底状態エネルギーなどの物理量を計算する。

4. 研究成果

- 1) 逆散乱法を拡張して、多成分 GP 方程式の解析を行なった。特に、3成分 GP 方程式を解き、多成分系でのソリトンの基本的性質を明らかにした。
- 2) 新しい解析法を開発して、ベータ仮説の積分方程式を厳密に解析した。デルタ関数相互作用するスピン 1/2 フェルミ粒子系に対して、BCS-BEC クロスオーバー現象、量子転移の存在を証明した。
- 3) 非線形光学における電磁誘導透過現象に対して、可積分条件を見出した。ソリトンの基本的性質を明らかにし、また、多彩なソリトン衝突を見出した。近年多くの注目を集める量子情報処理などへの応用が期待できる。
- 4) ソリトン理論を適用して、実数固有値をもつ非エルミートポテンシャルが統一的に構成できることを示した。これらのポテンシャルは、パリティ・時間対称ポテンシャルと

して、多くの研究がなされているが、具体的に構成法が示されたのは、この研究がはじめてである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 件)

[雑誌論文] (計 18 件)

1. M.Wadati and N.Tsuchida: Wave Propagations in the F=1 Spinor Condensates, J.Phys.Soc.Jpn. 75, 014301-1~3 (2006).
2. M.Uchiyama, J.Ieda and M.Wadati: Dark Solitons in F=1 Spinor Bose-Einstein Condensates, J.Phys.Soc.Jpn. 75, 064002-1~9.
3. J.Ieda, T.Miyakawa and M.Wadati: Exact Soliton Solutions of Spinor Bose-Einstein Condensates, Laser Physics 16, 678-682 (2006).
4. T. Ieda and M. Wadati: Exact Analysis of a Delta-Function Spin 1/2 Attractive Fermi Gas with Arbitrary Polarization, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, P06011-1~49 (2007).
5. M.Wadati and T.Ieda: BCS-BEC Crossover in One-Dimensional Integrable Model, Phys.Lett. A 360, 423-428 (2007).
6. J.Ieda, M.Uchiyama and M.Wadati: Inverse Scattering Method for the Multicomponent Nonlinear Schrodinger Equation with Nonvanishing Boundary Conditions, J.Math.Phys. 48, 013507-1~19 (2007).
7. M.Uchiyama, J.Ieda and M.Wadati: Multicomponent Bright Solitons in F=2 Spinor Bose-Einstein Condensates, J. Phys. Soc.Jpn. 76, 074005-1~6 (2007).
8. T.Kurosaki and M.Wadati: Matter -Wave Bright Solitons with a Finite Background in Spinor Bose-Einstein Condensates, J. Phys. Soc. Jpn. 76, 084002-1~9 (2007).
9. M.Uchiyama, J.Ieda and M.Wadati: Soliton Dynamics of F=1 Spinor Bose-Einstein Condensate with Non vanishing Boundaries, J. Low Temp. Phys. 148, 399-404 (2007).
10. J.Ieda and M.Wadati: Nonlinear Dynamics of Spin Structure in Confined Bose-Einstein Condensates, J. Low Temp.

Phys. 148, 405-410 (2007).

11. M.Wadati and T.Iida: One-dimensional delta-Function Attractive Fermi Gas in an External Magnetic Field, Laser Physics 19, 664-672 (2007).

12. M.Wadati: Electromagnetically Induced Transparency and Soliton Propagations, J. Phys. Soc. Jpn. 77, 024003-1~4 (2008).

13. T. Iida and M. Wadati: Exact Analysis of a Delta-Function Spin 1/2 Attractive Fermi Gas with an External Magnetic Field, J. Phys. Soc. Jpn. 77, 024006-1~8 (2008).

14. M. Wadati: Construction of Parity-Time Symmetric Potential through the Soliton Theory, J. Phys. Soc. Jpn. 77, 074005-1~5 (2008).

15. V. Ramesh Kumar, R.Radha and M. Wadati: Collisions of Solitons in Electromagnetically Induced Transparency, Phys. Rev. A 78, 041803-1~4 (2008).

16. A. Joseph, K. Porsezian and M. Wadati, Small Amplitude Solitons on a Pedestal in the Modified Nonlinear Schroedinger Equation for Negative Index Materials, J. Phys. Soc. Jpn. 78, 044402-1~8 (2009).

17. M. Wadati: Soliton Propagations in the Electromagnetically Induced Transparency, Eur. Phys. J. Special Topics 173, 207-216 (2009).

18. T.Kanna, K.Sakkaravarthi, C.Senthil Kumar, M.Lakshmanan and M.Wadati: Painleve Singularity Structure Analysis of three Component Gross-Pitaevskii type Equations, J.Math.Phys. 50, 113520-1~11 (2009).

[学会発表] (計 5 件)

1. 2005年 7月 国際会議 Low Temperature Physics, Exact Soliton Solutions of Spinor Bose-Einstein Condensates.

2. 2006年 6月 国際会議 Low Temperature Physics, Soliton Dynamics of F=1 Spinor Bose-Einstein Condensates with Nonvanishing Boundaries

3. 2006年 6月 国際会議 Low Temperature Physics, Nonlinear Dynamics of Spin Structure in Confined Bose-Einstein Condensates.

4. 2006年 6月 国際会議 Low Temperature Physics, Exact Analysis of a One-Dimensional Attractive Delta-Function Fermi Gas with Arbitrary Spin Polarization.

5. 2008年 2月 国際会議 Recent Developments in Nonlinear Dynamics, India,

Solitons in the Bose-Einstein Condensates.

[図書] (計 2 件)

M.Wadati: Solitons in the Bose-Einstein Condensates in "Nonlinear Dynamics", ed. M. Daniel and S. Rajasekar (Narosa Publishing House, 2009)pp.63-67.

J. Ieda and M. Wadati: Exact Nonlinear Dynamics in Spinor Bose-Einstein Condensates, in "Nonlinear Dynamics", ed. Todd Evans (INTECH, 2009)pp.31-58.

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

和達 三樹 (WADATI MIKI)

研究者番号 : 60015831

(2) 研究分担者

()

研究者番号 :

(3) 連携研究者

()

研究者番号 :

