

平成 22 年 6 月 7 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540382

研究課題名 (和文) 量子ネットワークモデルの示す普遍的性質

研究課題名 (英文) Universal properties of quantum network models

研究代表者

大槻東巳 (Ohtsuki, Tomi)

上智大学・理工学部・教授

研究者番号：50201976

研究成果の概要 (和文)：量子ホール効果を説明するために考案された Chalker-Coddington 型の量子ネットワークモデルを詳細に研究し、その普遍的な性質を明らかにした。このモデルが示す量子ホール転移の臨界指数を精密に決定した。また、このモデルを拡張し、完全透過チャンネルが存在しているときの伝導の様子を調べた。さらにスピン軌道相互作用を取り込めるモデルを用いて、ランダムネスを含んだ量子スピンホール効果の伝導特性の普遍的側面を明らかにした。

研究成果の概要 (英文)：We have studied in detail the transport properties of the Chalker-Coddington model focusing on its universal quantum transport properties. The critical exponent has been determined with high precision. A new model describing the perfectly conducting channel has been proposed and its transport properties are clarified. We have also studied the quantum spin Hall effect on the basis of a quantum network model that incorporates the spin-orbit interaction, and the transport properties of disordered quantum spin Hall systems have been studied.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,400,000	0	1,400,000
2007 年度	700,000	210,000	910,000
2008 年度	700,000	210,000	910,000
2009 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,500,000	630,000	4,130,000

研究分野：物性理論

科研費の分科・細目：物理学，数理物理・物性基礎

キーワード：量子ホール効果，量子ネットワークモデル，アンダーソン転移，量子スピンホール効果，普遍性，有限サイズスケールリング

## 1. 研究開始当初の背景

量子ホール効果を記述する量子ネットワークモデルは Chalker と Coddington により 1988 年に提案されているが、その後、この

モデルは、量子ホール効果以外の伝導現象、さらには磁性の問題にまで拡張できることがわかってきた。申請代表者はこれについて総合解説記事を執筆していた(B. Kramer, T.

Ohtsuki, S. Kettemann, *Phys. Rep.* **417**, 211-344 (2005)。この執筆過程で伝導を効率よく計算する方法や有限サイズスケーリングに現れるスケーリングの補正が明らかになっていった。一方、量子輸送現象は普遍的な性質を示すことが知られているので、単純化したネットワークモデルでも、複雑な物質における輸送現象を解析することが出来る。こうした経験を踏まえ、量子ホールネットワークモデルが示す普遍的な伝導特性を調べるに至った。

## 2. 研究の目的

量子ネットワークモデルが示す量子輸送現象の普遍的な性質を明らかにする。特に、Anderson 転移の臨界指数、完全透過チャンネルが存在する場合の伝導特性、ランダムな量子スピンホール系における伝導度特性を明らかにする。

## 3. 研究の方法

転送行列法により非常に高速に透過、反射係数を計算する方法を確立した。これによりコンダクタンスの大規模数値計算が可能となった。また、転送行列法を拡張し Hall コンダクタンスを決定した。さらに、準 1 次元系における転送行列の Lyapunov 指数を有限サイズスケーリングで解析する。この際重要となるスケーリングの補正を正確に取り入れる。

## 4. 研究成果

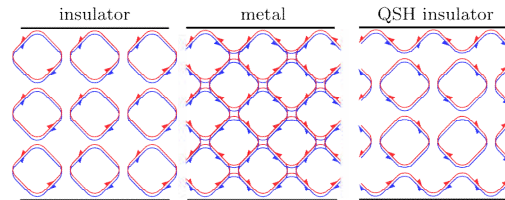
(1) Chalker-Coddington 模型に変形を加え、右向きチャンネルと左向きチャンネルの数が異なる場合にどのような 2 端子輸送現象が起こるかを研究した。この状況は、最近の炭素のシート (graphene) の研究から注目を集めている (K. Wakabayashi, Y. Takane, M. Sgrist *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 036601)。このような物理的状況をハミルトニアンに基づくモデルから実現するのは困難であるが、量子ネットワークモデルを用いることで簡単に実現できることが明らかになった。

平成 18 年度は、こうした新規な状況を Chalker-Coddington 模型で実現することに成功し、完全透過チャンネルが存在するもとの量子輸送現象を詳細に研究することに成功した [⑦]。

平成 19 年度はさらに本研究を拡張し、2 端子コンダクタンスだけでなく、ポイントコンタクトコンダクタンスも詳細に調べた。これによりポイントコンダクタンスが広く分布する、すなわち自己平均性がないことを示した [②]。

(2) 本モデルは時間反転対称性が破れた系

(長距離ポテンシャルが存在する場合の量子ホール系 [④, ⑤, ⑥]) を記述するために提案された。最近、理研のグループにより時間反転対称性があるモデルが提案され注目を集めている (H. Obuse *et al.*, *Phys. Rev. B* **76** (2007) 075301)。図はこのネットワークモデルが示す、通常絶縁相、通常金属相、トポロジカル絶縁体相である。



我々はすでに量子ネットワークモデルにおいて確立していた輸送係数の計算方法を拡張し、こうした系におけるコンダクタンス [③], スピンホールコンダクタンスを詳細に調べた。特に分布関数を調べ、このモデルが通常のシンプレクティッククラスとおなじ振る舞いを示す場合と、全く異なるふるまいを示す場合を明らかにした (投稿準備中)。後者は、隣接する絶縁体相がトポロジカル絶縁体相になっていることを指摘した。

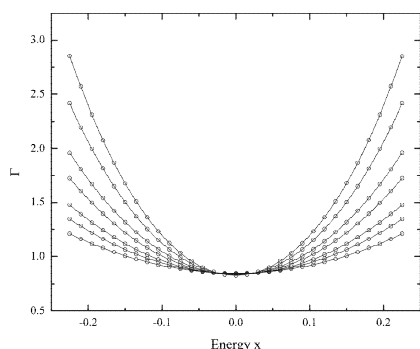
(3) こうした研究と平行して、量子ホール効果におけるアンダーソン転移のスケーリング補正を詳細に調べた。量子ホール転移の臨界指数は、すでに 30 年近く前から議論されており、長さのスケールはフェルミ・エネルギーの関数として  $\nu \approx 2.35$  程度の臨界指数で発散すると考えられている。一方、この計算は現在の水準と照らし合わせると、データの精度、スケーリングの補正を適切に取り扱っていないなど、問題点も多い。

さらに実験技術の進歩により、実験的に決定された長さのスケールの発散を特徴づける臨界指数  $\nu$ 、および動的臨界指数  $z$  が精密に求められるようになったが、後者は明らかに電子相関の影響を受けているように見える。一方、前者は前述の  $\nu \approx 2.35$  と誤差の範囲で一致しており、電子相関がきいていないように解釈できる。このように量子ホール転移に電子相関がきいているのか、いないのか明らかではないのが現状である。

こうした問題点を念頭に、転送行列法による準 1 次元的局在長を大規模数値計算で求め、詳細な統計処理を行い、臨界指数がこれまで信じられていた値 (前述の  $\nu \approx 2.35$ ) よりもかなり大きい ( $\nu \approx 2.6$ ) ことを示した。

図は有限サイズスケーリング理論で Lyapunov 指数を解析した結果である。縦軸が Lyapunov 指数をシステムサイズで規格化し

たもの、横軸はフェルミ・エネルギーである。おのおのの曲線はことなるシステムサイズに対応する[①]。



臨界指数が従来信じられていた値よりも10%ほど大きくなったのは、従来の研究がスケリングの補正を正しく扱わなかったこと、誤差の評価が楽観的すぎたことに起因している[①]。本研究はアメリカ物理学会刊行の Physical Review B 誌の Editor's suggestion に選ばれ、また同学会のホームページの Physics というセクションで要約が紹介された。

(4) こうしたネットワークモデルの基礎となる、タイトバインディングハミルトニアンにおける2端子コンダクタンスの研究も行った。特にランダムポテンシャルの相関距離により2端子コンダクタンスがどのように変化するかを詳細に調べた。その結果、ランダウ準位の中心で起こっていた量子 Hall プラト-転移が徐々に高エネルギー側にシフトしていくという新しい現象を指摘した[④, ⑤, ⑨]。

##### 5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 14 件)

- ① *Critical exponent for the quantum Hall transition*, K. Slevin, T. Ohtsuki, Phys. Rev. B **80**, 041304(R) (2009), 査読有
- ② *Point-Contact Conductance in Asymmetric Chalker-Coddington Network Model*, K. Kobayashi, T. Ohtsuki, K. Slevin, J. Phys. Soc. Jpn., **78** (2009) 084708, 査読有
- ③ *Transport properties in network models with perfectly conducting channels*, K. Kobayashi, K. Hirose, H. Obuse, T. Ohtsuki, K. Slevin, J. Phys. :

Conf. Ser. **150** (2009) 022041, 査読有

- ④ *Conductance-plateau transitions in quantum Hall wires with spatially correlated random magnetic fields*, T. Kawarabayashi, Y. Ono, T. Ohtsuki, S. Kettemann, A. Struck, B. Kramer, Phys. Rev. B **78**, 205303 (2008), 査読有
- ⑤ *The quantum Hall effect in narrow quantum wires*, A. Struck, T. Kawarabayashi, A. Zhuravlev, T. Ohtsuki, B. Kramer, S. Kettemann, Physica B, **245** (2008) 393-408, 査読有
- ⑥ *Quantum transport properties of quantum Hall wires in the presence of correlated disorder*, T. Kawarabayashi, Y. Ono, T. Ohtsuki, S. Kettemann, A. Struck, B. Kramer, Physica E, **40** (2008) 1072-1074, 査読有
- ⑦ *Chalker-Coddington model described by an S-matrix with odd dimensions*, K. Hirose, T. Ohtsuki, K. Slevin, Physica E, **40** (2008) 1677-1679, 査読有
- ⑧ *Mesoscopic Hall effect driven by chiral spin order*, J. Ohe, T. Ohtsuki, B. Kramer, Phys. Rev. B **75** (2007) 245313, 査読有
- ⑨ *Unconventional conductance plateau transitions in quantum Hall wires with spatially correlated disorder*, T. Kawarabayashi, Y. Ono, T. Ohtsuki, S. Kettemann, A. Struck, B. Kramer, Phys. Rev. B **75** (2007) 235317, 査読有
- ⑩ *Quantum Network Models and their Symmetry Properties*, T. Ohtsuki, K. Slevin, in "Topological Aspects of Critical Systems and Networks", ed. K. Yakubo {Yit et al}, World Scientific (2007) 214-219, 査読有
- ⑪ *Spin-polarization induced by Rashba spin-orbit coupling in three-terminal devices*, M. Yamamoto, K. Dittmer, B. Kramer, T. Ohtsuki, Physica E **32** (2006) 462-465, 査読無
- ⑫ *Quantum transport phenomena in disordered electron systems with spin-orbit coupling in two dimensions and below*, Y. Asada, K. Slevin, T. Ohtsuki Physica E **34** (2006) 228-231, 査読有
- ⑬ *Shubnikov-de Haas effect on conductance fluctuations in two-dimensional random magnetic fields*, T. Kawarabayashi, T. Ohtsuki, Physica E **34** (2006) 104-107, 査読有
- ⑭ *Possible Anderson transition below two dimensions in disordered systems of noninteracting electrons*, Yoichi Asada, Keith Slevin, Tomi Ohtsuki, Phys. Rev. B **73** (2006) 041102 (R), 査読有

〔学会発表〕（計 4 件）（招待講演のみ）

- ① *Quantum Network Model and Its Application to Spin Transport*, T. Ohtsuki, “WCU workshop on Quantum Phases of Disordered and Correlated Systems”, Pohang, Korea, 4th August 2009
- ② *Critical conductance distributions at the localization-delocalization transitions*, T. Ohtsuki, “Delocalization Transition and Multifractality”, Wales Univ., UK, 4<sup>th</sup> November 2008
- ③ Numerical estimates of critical exponents of the Anderson transition, K. Slevin, “Delocalization Transition and Multifractality”, Wales Univ., UK, 4<sup>th</sup> November 2008
- ④ Corrections to Scaling and Critical Exponents in the 2D Anderson Transition, K. Slevin, Network models in quantum physics, Jacobs University Bremen, Bremen, Germany, 23<sup>rd</sup> July 2008

〔図書〕（計 1 件）

新・物理学事典, 講談社ブルーバックス, 大槻東巳, 共著 (2009 年) ページ/総ページ 40/896

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計◇件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大槻東巳 (Ohtsuki, Tomi)  
上智大学・理工学部・教授  
研究者番号：50201976

(2) 研究分担者

( )

研究者番号：

(3) 連携研究者

スレヴィン, キース (Slevin, Keith)  
大阪大学大学院・理学系研究科・准教授  
研究者番号：90294149