

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：平成 18 年～平成 20 年

課題番号：基盤研究 (C) 18560061

研究課題名 (和文) 統合的リスク理論の構築とリアルオプション評価問題への応用

研究課題名 (英文) Construction of an integrated risk theory and its applications to real option problems

研究代表者

田中泰明 (TANAKA HIROAKI)

京都大学・大学院情報学研究科・准教授

研究者番号：90217068

研究成果の概要：

本研は、広範な応用性を有する統合的リスク理論の基礎を与え、その定量化を行うための強力な計算機シミュレーションツールの開発を行うと共に、リアルオプション評価問題への実用的応用を行うことを目的とするものである。まず、既存のリスクの解釈を拡張し、その具体的な評価を行うために、高速モンテカルロ法の基本的枠組みを与え、その実効性を検証した。この方法は、Lévy 過程が駆動する確率システムを対象に、Lévy-Itô の分解表示に基づく確率測度変換法を適用したものである。次に、リアルオプションへの応用研究をいくつか遂行し、提案するリスク理論、解析手法等の有効性について考察を行った。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成 18 年度	2,000,000	0	2,000,000
平成 19 年度	800,000	240,000	1,040,000
平成 20 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	420,000	3,820,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学工学基礎・工学基礎

キーワード：リスク解析, リアルオプション, シミュレーション, 確率モデル, 確率微分方程式, 確率測度変換法, 高速モンテカルロ法

1. 研究開始当初の背景

工業技術の成熟化、社会システムの多様化などを背景に、リスク解析に対する関心が非常に高まってきているものの、リスクの定義や解析のためのアプローチなどは分野によって様々であり、分野間の研究交流は全く行われていないと言っても過言ではない状況であった。

経済・保険などの分野においては、リスクを不確実性の定量化とやや広義に捉え、解析

的アプローチによる問題解決を行っているものの、数値解法を駆使した具体的な定量化、特にリスク解析において重要となる極めて稀な事象生起確率の定量的推定についての研究は十分ではなかったと言わざるを得ない。一方、工学の分野においては、特に人命との係わりの深い大規模構造物の信頼性解析において、極めて稀な事象生起確率の推定に対する研究は進められていたが、リスクは期待損失額で定量化するという非常に固定

された概念に縛られており、柔軟性に欠けていたという感が強い。また、大規模災害などの巨大リスクについては、保険などを含む経済的手段を用いて対処する必要があるが、こういった問題での分野間の研究融合が十分であるとは言い難い状況であった。

これに対し、研究代表者は、信頼性工学への応用を主に念頭に置いて、動的な確率システムの解の確率的性質、特にきわめて微小な初到達確率を精度よく数値評価するためのシミュレーション手法を進めており、いくつかの実用的に重要なシステムについて成果が得られていた。したがって、このアプローチを直接応用すると共に、信頼性工学の手法や考え方を、他の分野のリスク解析に融合する形で研究を進める基礎が構築されつつあった。

2. 研究の目的

本研究では、上述のような研究背景を考慮して、主に2つの点に目的を集約させることとした。まず第一に、リスクの定義とそれに対する対応法をできるだけ広範な分野に対応し得るものとし、異分野間の情報交流を可能な形とするような理論基盤を構成することを目的とした。適用対象分野を広範に設定するためには、理論をできるだけ抽象化して一般性を持たせるようにすることも1つの方法ではあるが、あまりに抽象化されたリスク理論は実用的な問題への適用性という点で疑問が残るので、あくまで応用性を重視する。

第二に、様々なモデル化に対応し得るような、適用能力の高い解析手法の構築を目的とした。上述のような汎用化の方針下では、解析的アプローチは多くの場合困難となることが予想されるため、数値的手法、特に計算機シミュレーションによる解析手法を確立しておくことが重要となる。代表的な手法であるモンテカルロ法は、基本構造が単純で高い汎用性を有する半面、目標値への収束が遅いため、リスク解析で重要となる微小生起確率の推定には何らかの改良が必要である。こういった要求に対応し得る手法としては、研究代表者がこれまでの研究で開発してきた、確率測度変換法による重点サンプリングスキームが最も有効であると期待できる。本研究ではこの手法の更なる改善を基本に、リスク解析問題への適用を行なうことを目的とした。

3. 研究の方法

まず、リアルオプションへの応用を念頭において、既存のリスク理論における「リスク」の解釈を拡張し、ファイナンスを含めた種々の企業運営、経済的観点を考慮に入れたシステムの安全運営などにも適用し得るように基本理論の拡張整備を行う。次に、リスクの

具体的な評価を行うための確率モデルの構築を試みる。リスクの評価を与える確率モデルは、リスクの時間変動を取り扱えるようにするために、確率微分方程式に基礎を置くものとする。さらに、様々なシステムに汎用的に対応し得ることを要請するために、リスクの原因となる種々の不確定要因に対する数学モデルである「駆動雑音」のタイプはできるだけ広くカバーし得るように、一般のLévy過程にも対応することを試みる。次に、研究代表者のこれまでの研究成果として得られている確率測度変換法を活用し、リスクの数値評価のための高速シミュレーションスキームを構築する。

次に、構築した理論体系および高速シミュレーション解法を、保険会社の最適な資産運用問題、特にリアルオプション的観点からのリスク制御の問題に活用して、その有効性を検証する。その際、保険契約の対象となる事項の確率的特性や、本研究で提案する統一的なリスク定量化を取り入れ、従来の保険理論ではカバーされていない範囲にまで踏み込んだ考察を行う。さらに、広い意味でリアルオプションの一種である非金融デリバティブも考察の対象とし、その均衡価格評価について考察すると共に、デリバティブを用いることによるリスクヘッジの定量的解析も同時に行うことを試みる。

4. 研究成果

研究代表者のこれまでの研究を発展させる形で、Lévy過程が駆動する確率システムに対して、その解過程の初到達問題を効率よく解くための高速モンテカルロ法の基本的枠組みを与えることができた。本研究での提案手法は、Girsanov変換に基づく手法、Delbaen-Haezendonck変換に基づく手法の延長線上に位置し、Lévy過程に対するLévy-Itôの分解表示に基づいて、これらの確率測度変換法をハイブリッド形式で融合させたものである。さらに、変換された測度下で、デフォルトなどのリスク生成事象がおおよそ50%程度生起するという制約条件下で、最も効率的な測度を選定する手法について新たな知見を得ることができた。この選定法は、変換測度下での評価対象の分散の1つの上界が最小となるように変換を定めるもので、Girsanov変換に対して提案してきた最適選定法と、Delbaen-Haezendonck変換に対して提案してきた最適選定法が、共にその特別の場合として含まれているという点で興味深く、かつ極めて簡明な選定法のため実用的にも極めて意義深いと考えられる。一例として、Lévy過程の典型例の1つであるバリアンスガンマ過程を駆動雑音とする企業資産モデルでの、資産デフォルト確率の推定結果

を図1に示す。図の縦軸は所与の時刻までにデフォルトを起こす確率の推定結果を対数目盛で表示したものであり、横軸は資産のばらつきを支配するボラティリティを表している。図中○印は本提案手法での推定結果を、▼印は通常モンテカルロ法での推定結果を示したものであり、エラーバーは独立のシミュレーションを10回行った結果の推定幅を表している。このように、本提案手法では微小なデフォルト確率を少ないサンプル数で精度よく推定できるのに対して、通常モンテカルロ法では推定値が出ないという結果となっていることがわかる。

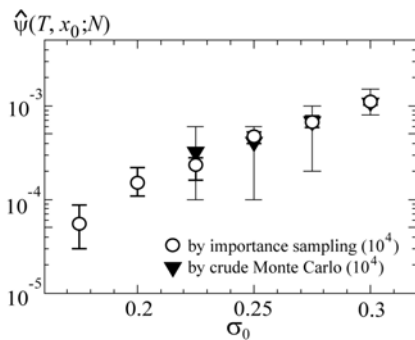


図1：企業資産のデフォルト確率の推定結果

さらに、こういった基本枠組みの、実用的応用に向けての具体的な対応法として、非白色雑音が入力されるシステムと、定常的な応答挙動が得られるシステムに対して、部分的な拡張を試みた。前者は耐震リスクを評価する上で既観測のスペクトルを取り入れるために必要となる問題であり、後者は工学上の問題でもしばしば見られるものであることから、実用的にも非常に意義深い。またいくつかの数値例を通じて、提案拡張手法が有効に機能することを確認することができた。

次に、リアルオプションへの応用を念頭に、3つの基本的アプローチからの研究を遂行した。第一は、確率制御理論を用いて企業の資産運用の最適化を論じるもので、本研究ではシステムへの雑音の一般化という観点から、複合Poisson過程およびその拡張変形である二重確率Poisson過程が駆動するシステムの1つの重要な例である、保険会社の資産運用を対象とした。将来にわたる保険料率の変更および配当支払い率の変更という意志選択を対象に、評価リスクをいわゆる現在価値法により定量化している点で、リアルオプションの1つの例であり、これまでにあまり研究されていないPoisson型の雑音を対象としている点に特長がある。第二はリスク証券化の代表的な例である住宅ローンの証券化に対する考察であり、やはりPoisson型の雑音が駆動するシステムによりモデル化した上で、

トランジェの最適比率を定めるための基本理論を与えた。第三は、いわゆる非金融デリバティブを対象とした研究で、ここでは気温に基づく天候デリバティブについての基本的な考察を与えた。特に、その価格付けを行なうにあたって、上述の最適測度変換法の考え方を直接援用し、いわゆる非完備市場においても中立測度が一意に定められる手法の新たな提案を行なうことができた。

このように、様々なリアルオプション問題を考察するには、システムの駆動雑音をできるだけ一般的な形に拡張したシステムを導入する必要があり、本研究での提案手法を今後こういった応用研究にさらに効果的に取り入れていく必要がある点を明らかとした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6件)

- ① 小川 淳, 田中泰明, “入力雑音のパワースペクトル特性に着目した重点サンプリング法の考察,” 構造物の安全性および信頼性 (第6回構造物の安全性および信頼性に関する国内シンポジウム (JCOSSAR 2007) 論文集), Vol.6, pp. 105-110, 土木学会 (2007), 査読あり.
- ② 田中泰明, “定常的挙動を示すシステムの破壊確率評価のための高速モンテカルロ法,” 構造物の安全性および信頼性 (第6回構造物の安全性および信頼性に関する国内シンポジウム (JCOSSAR 2007) 論文集), Vol.6, pp. 111-116 土木学会 (2007), 査読あり.
- ③ Hiroaki Tanaka and Noriatsu Tanji, “Importance sampling method based upon the Meyer theorem for stochastic systems driven by a generalized noise,” *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (Proc. of ICASP 10)*, CD-ROM paper No.030, Taylor & Francis/Balkema (2007), 査読あり.
- ④ Jun Ogawa and Hiroaki Tanaka, “Fast Monte Carlo simulation for stochastic response analysis under stationary noise having a specified power spectrum,” *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (Proc. of ICASP 10)*, CD-ROM paper No.029, Taylor & Francis/Balkema (2007), 査読あり.
- ⑤ Hiroaki Tanaka, “Efficient Monte Carlo Approach for Lévy Processes and its Application to Risk Analyses,” *Structural Safety and Reliability (Proc. of ICOSAR 2009)*, 掲載決定済み, 2009年発刊予定,

査読あり.

- ⑥ Jun Ogawa and Hiroaki Tanaka, “Importance Sampling for Stochastic Systems under Stationary Noise Having a Specified Power Spectrum,” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 掲載決定済み, 2009年掲載予定, 査読あり.

〔学会発表〕(計 6件)

- ① 田中泰明, 下南雅史, “資産最大化に基づく保険会社の最適戦略,” 第56回理論応用力学講演会講演論文集(Proc. of NCTAM 2007), pp. 575-576 (2007年3月9日, 於日本学術会議, 東京).
- ② 田中泰明, 早川忠明, “住宅ローン債券担保証券における劣後比率の考察,” 第56回理論応用力学講演会講演論文集(Proc. of NCTAM 2007), pp. 577-578 (2007年3月9日, 於日本学術会議, 東京).
- ③ 田中泰明, “重点サンプリング法による微小デフォルト確率の推定,” 第57回理論応用力学講演会講演論文集(Proc. of NCTAM 2008), pp. 545-546 (2008年6月12日, 於日本学術会議, 東京).
- ④ 小川 淳, 田中泰明, “パワースペクトルを持つ入力雑音を考慮した重点サンプリング法の改良,” 第57回理論応用力学講演会講演論文集(Proc. of NCTAM 2008), pp. 297-298 (2008年6月11日, 於日本学術会議, 東京).
- ⑤ 田中泰明, 小山昂介, “再保険を伴う保険会社の最適戦略について,” 第58回理論応用力学講演会講演論文集(Proc. of NCTAM 2009), 2009年6月10日日本学術会議において発表予定.
- ⑥ 田中泰明, 中西孝雄, “高速モンテカルロ法によるCDSのプライシング,” 第58回理論応用力学講演会講演論文集(Proc. of NCTAM 2009), 2009年6月10日日本学術会議において発表予定.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田中泰明 (TANAKA Hiroaki)
京都大学・情報学研究科・准教授
研究者番号：90217068

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし